

EUGÈNE FABRY

Sur les intégrales de Fresnel

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 15
(1896), p. 504-505

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1896_3_15__504_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1896, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[E5]

SUR LES INTÉGRALES DE FRESNEL;

PAR M. EUGÈNE FABRY.

Dans le numéro d'août de ce Journal, M. Jamet donne une méthode simple et rigoureuse pour résoudre la question suivante : Démontrer que l'intégrale $\int e^{-z^2} dz$, prise le long d'un arc égal à $\frac{\pi}{4}$, sur une circonférence ayant pour centre l'origine, à partir du point $z = R$, tend vers zéro lorsque le rayon de la circonférence augmente indéfiniment.

On peut arriver au même résultat par la méthode suivante, qui me paraît plus simple et plus directe. L'intégrale considérée

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{R i e^{\theta i} d\theta}{e^{R^2 (\cos 2\theta + i \sin 2\theta)}}$$

a un module plus petit que

$$R \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d\theta}{e^{R^2 \cos 2\theta}}.$$

Décomposons cette intégrale en deux parties, en choisissant un arc θ_0 fixe compris entre 0 et $\frac{\pi}{4}$. On a

$$R \int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{e^{R^2 \cos 2\theta}} < R \frac{\theta_0}{e^{R^2 \cos 2\theta_0}}$$

et

$$\begin{aligned} R \int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{e^{R^2 \cos 2\theta}} &< R \int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{e^{R^2 \cos 2\theta}} \frac{\sin 2\theta}{\sin 2\theta_0} \\ &= \frac{1 - e^{-R^2 \cos 2\theta_0}}{2 R \sin 2\theta_0} < \frac{1}{2 R \sin 2\theta_0}; \end{aligned}$$

on voit que ces deux parties tendent vers 0 avec $\frac{1}{R}$.