

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 15
(1896), p. 295-296

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1896_3_15__295_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1896, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS.

1731. Soient n et $k \leq n$ deux nombres entiers positifs et posons, en désignant par $E\left(\frac{n}{k}\right)$ le plus grand nombre qui ne surpasse pas $\frac{n}{k}$,

$$\frac{n}{k} = E\left(\frac{n}{k}\right) + \theta_k,$$

en sorte que

$$0 \leq \theta_k < 1.$$

Démontrer que l'expression

$$\sqrt[n]{(1 - \theta_1)(1 - \theta_2)(1 - \theta_3) \dots (1 - \theta_n)},$$

converge vers une limite déterminée pour $n = \infty$, limite qu'on peut exprimer par le produit infini

$$\prod_2^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{n}},$$

et dont la valeur numérique est

$$0,4545101352\dots$$

1732. Étant donné un triangle ABC, rectangle en A ; sur les trois côtés $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$, pris comme diamètres, on décrit les circonférences πa , πb , πc . Les trois demi-circonférences supérieures comprennent entre elles deux lunules, que nous désignons par l et l' ; les trois demi-circonférences inférieures forment entre elles un triangle curviligne et un segment biconvexe, que nous représentons par t et s .

Prouver que :

1° La somme $l + l'$ des deux lunules est équivalente à la surface $\frac{1}{2}bc$ du triangle rectangle (théorème connu d'Hippocrate de Chio) ;

2° La différence $t - s$ entre le triangle curviligne et le segment biconvexe est aussi équivalente à la même surface $\frac{1}{2}bc$;

3° Les centres de gravité des deux surfaces $l + l'$, $t - s$ sont situés sur la perpendiculaire élevée par le milieu de l'hypoténuse a , symétriquement placés par rapport à cette droite, et à une distance d'elle égale au huitième $\frac{1}{8}\pi a$ de la circonférence décrite sur l'hypoténuse comme diamètre.

(G. DOSTOR.)