

E. BALLUE

Une nouvelle définition du plan

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 14
(1895), p. 56-58

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1895_3_14__56_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1895, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

UNE NOUVELLE DÉFINITION DU PLAN;

PAR M. E. BALLUE,
Professeur au lycée de Lorient.

On définit ordinairement le plan : une surface telle que la droite qui passe par deux quelconques de ses points est tout entière située sur cette surface.

Cette définition présente le grand inconvénient d'assujettir le plan à une infinité de conditions.

Ne pourrait-on définir le plan par une propriété caractéristique plus simple que la précédente, et déduire celle-ci de la nouvelle définition?

Tel est l'objet de cette étude.

Nous commencerons par rappeler la définition de la ligne droite et une de ses propriétés fondamentales.

Ligne droite. — On appelle *ligne droite* une ligne possédant la propriété suivante : *Par deux points on peut faire passer une ligne droite et l'on n'en peut faire passer qu'une.*

On déduit de cette définition la propriété suivante : Si l'on fixe deux points A et B d'un corps, et qu'on imprime un mouvement à ce corps, tous les points du corps situés sur la droite AB restent immobiles.

Plan. — Par analogie avec la ligne droite, nous appellerons *plan* une surface possédant la propriété suivante : *Par trois points on peut faire passer un plan, et l'on n'en peut faire passer qu'un si les trois points ne sont pas en ligne droite.*

THÉORÈME. — *Deux plans quelconques P et P' sont superposables dans toute leur étendue.*

Prenons trois points A, B, C, non en ligne droite, dans le plan P'. Transportons le plan P' de manière que A et B viennent s'appliquer sur le plan P, et faisons tourner P' autour des deux points A et B supposés fixes jusqu'à ce que le point C vienne s'appliquer sur le plan P. Les deux plans P et P', passant par les trois mêmes points A, B, C, non en ligne droite, coïncident par définition.

COROLLAIRE I. — *Un plan est une surface qui s'étend à l'infini dans tous les sens.*

En effet, un plan est déterminé par trois points A, B, C non en ligne droite, et ces trois points peuvent s'éloigner dans tous les sens aussi loin qu'on le désire.

COROLLAIRE II. — *Un plan coïncide encore avec lui-même lorsqu'il a subi un déplacement.*

COROLLAIRE III. — *Un plan coïncide encore avec lui-même après qu'on l'a retourné ⁽¹⁾.*

COROLLAIRE IV. — *Une figure plane peut être transportée dans son plan sans altération.*

THÉORÈME. — *Par trois points en ligne droite A, B, C on peut faire passer une infinité de plans.*

(¹) Il conviendrait peut-être de définir exactement le sens du mot *retourné*. On y parvient de la façon suivante. Un plan étant une surface qui s'étend à l'infini dans tous les sens partage l'espace en deux régions distinctes. On peut considérer un plan comme ayant deux faces, la première adjacente à la première région, la deuxième adjacente à la seconde. Retourner un plan, c'est le déplacer dans l'espace de manière que sa seconde face devienne adjacente à la première région et, par suite, la première face adjacente à la seconde région.

Par définition, on peut faire passer un plan P par les trois points en ligne droite A, B, C . Faisons tourner ce plan autour des deux points A et B supposés fixes. D'après la propriété de la ligne droite, le point C reste immobile. Le plan P passe donc constamment par le point C . Autrement dit, il passe une infinité de plans par les trois points A, B, C .

THÉORÈME. — *Un plan contient la ligne droite qui passe par deux de ses points.*

Soient A et B deux points d'un plan P , C un point quelconque situé sur la droite AB . Il suffit de démontrer que le plan P passe par C .

Par les trois points A, B, C en ligne droite, faisons passer un plan quelconque P' et faisons-le tourner autour des deux points A et B supposés fixes jusqu'à ce qu'un autre de ses points, D , non situé sur la droite AB , vienne rencontrer P . Les deux plans P et P' passant par les trois mêmes points A, B, D , non en ligne droite, coïncident. Le point C n'a pas bougé pendant le mouvement de P' . Donc le plan P contient le point C .

C. Q. F. D.