

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 13
(1894), p. 514-526

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1894_3_13__514_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1894, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

BIBLIOGRAPHIE.

LA GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE d'*Auguste Comte*. Nouvelle édition, précédée de la GÉOMÉTRIE de *Descartes*. 1 vol. in-8° de 112 et de VIII-598 pages, avec 3 planches contenant 82 figures. Paris, Louis Bahl, 14, rue Chauveau-Lagarde; 1894. Prix 12^{fr}.

Nous ne pouvons qu'applaudir à la réimpression de l'Ouvrage, devenu introuvable, du célèbre philosophe. Nos lecteurs, que la publication de ses *Questions d'examen* a intéressés, seront sans doute fort aises de se rendre compte dans le texte de l'auteur du point de vue sous lequel Auguste Comte envisageait la Géométrie analytique.

LEÇONS NOUVELLES SUR L'ANALYSE INFINITÉSIMALE ET SES APPLICATIONS GÉOMÉTRIQUES, par *Ch. Méray*, professeur à la Faculté des Sciences de Dijon. — Tome I : PRINCIPES GÉNÉRAUX. Paris. Gauthier-Villars et fils; 1894. Grand in-8 de XXXIII-405 pages, avec figures. Prix : 13^{fr}.

I.

, Dans les Sciences, en Mathématiques comme ailleurs, il arrive souvent, presque toujours, que les découvertes, les faits

nouveaux, ne se présentent pas, tout d'abord, sous leur jour le plus simple, mais, d'une façon indirecte, sous une forme contournée, difficile à concevoir, qui masque, souvent, la portée de la découverte. Lorsque la Science s'est développée, lorsque les faits se sont accumulés comme les matériaux préparés d'un édifice à construire, il vient un homme, spécialement doué, à vues larges, qui relie tous ces résultats épars, les enchaîne et les réunit en un corps de doctrines procédant d'une idée générale, simple et féconde, dominant toutes les autres.

Depuis de longues années, M. Méray, dans l'intérêt de ses élèves, et dans l'intérêt de tous, s'est attaché, avec une persévérance admirable, à cette dure besogne de coordination et de redressement pour l'Analyse infinitésimale. Il ne faudrait pas croire que c'était là un simple travail de classement. Il lui a fallu reconstruire toute l'Analyse pas à pas, avec méthode, reprendre toutes les démonstrations, en inventer de nouvelles pour servir de traits d'union, modifier souvent les idées mêmes pour les rattacher à une idée unique, primordiale.

L'Analyse infinitésimale était, il y a environ vingt ans, probablement arrivée à cet état de développement qui nécessite un retour en arrière pour faire la coordination dont je viens de parler. La chose était à l'ordre du jour, car, tandis que M. Méray, en France, dirigeait tous ses efforts dans cette voie, d'autres savants éminents, comme MM. Weierstrass et Kronecker, en Allemagne, s'engageaient dans les mêmes études. MM. Méray et Weierstrass travaillèrent ainsi le même sujet, parallèlement, s'ignorant l'un l'autre, et arrivèrent, à peu près aux mêmes époques, à des conclusions semblables. Tous deux se contentèrent, très longtemps, d'enseigner leurs idées à leurs élèves sans les publier et il en résulte qu'aujourd'hui il y a entre leurs travaux des questions de priorité très difficiles à résoudre. Le plus simple, dans ce cas, croyons-nous, est de ne pas chercher à les trancher, car le mérite de chacun de ces grands savants n'est pas diminué par celui de l'autre et il suffit de citer leurs deux noms simultanément pour leur rendre à tous deux justice.

Dès 1872, M. Méray avait publié un Ouvrage important intitulé *Nouveau Précis d'Analyse infinitésimale*. La modestie de ce titre fut préjudiciable au Livre. On crut, généralement, que ce titre de *Précis* ne désignait qu'un abrégé des théories courantes de l'Analyse, à l'usage des étudiants, et on ne s'aperçut

pas qu'il contenait toute une méthode nouvelle d'exposition de l'Analyse basée, uniquement, sur la considération des *séries entières*. Tandis qu'on citait des travaux de MM. Briot et Bouquet, Weierstrass, Heine, etc., on oubliait le nom de Méray à qui appartenait, souvent, la priorité de ces travaux (1). Cet état de choses regrettable, à tous les points de vue, va, enfin, cesser, car M. Méray publie, en ce moment, dans un Ouvrage magistral, qui ne devra rester inconnu à aucun mathématicien, le résultat complet de ses travaux, l'exposition méthodique de ses idées sur l'Analyse infinitésimale.

II.

Lorsqu'on embrasse l'ensemble de l'Analyse et de ses applications, on s'aperçoit, bientôt, d'un fait *fondamental* : c'est que toutes les fonctions intéressantes, *utiles*, toutes celles qui ont donné lieu à une étude approfondie, sont *développables en séries ordonnées suivant les puissances entières des accroissements des variables*, en *séries entières*, suivant l'expression de M. Méray. Et cela est encore vrai pour les fonctions qui en dérivent. Cela est tellement constant, que, chaque fois que les physiciens étudient un phénomène, ils supposent toujours que la fonction qui le représente est *développable*. On la suppose, d'abord, *constante* quelquefois, puis *linéaire*, puis, *parabolique*, etc., et l'on prend de plus en plus de termes à mesure qu'on entre plus avant dans l'étude approfondie de la loi physique.

(1) J'ai, personnellement, dans un travail paru dans les *Annales de l'École Normale supérieure*, en 1891, intitulé : *Sur les équations aux dérivées partielles simultanées qui contiennent plusieurs fonctions inconnues*, fait deux oublis de ce genre.

Je suis heureux de saisir cette occasion pour les réparer.

1° J'ai omis de citer le nom de M. Méray, à propos des équations aux différentielles totales, à côté de ceux de Bouquet et de M. Mayer (*Introduction*).

2° Dans la *Note* finale, j'ai attribué l'invention de la *fonction majorante* à M. Weierstrass. Il serait plus juste de dire que MM. Weierstrass et Méray l'ont tous deux employée dans leurs Cours depuis fort longtemps et il est probable que la priorité appartient à M. Méray.

C'est ce fait fondamental qui sert de base à l'*Analyse* telle que la conçoit M. Méray. Pour lui, toute fonction digne d'être prise en considération est représentée ou, plutôt, *engendrée* par une série entière et il écarte, systématiquement, les fonctions anormales, inutiles dans la pratique, qui ne rentrent pas dans ce type et dont l'intérêt est purement philosophique.

Cette manière d'envisager l'*Analyse* lui donne de la clarté, de la simplicité, et, surtout, une très grande unité de méthode. Dans cet ordre d'idées, l'*Analyse* devient un prolongement naturel de l'Algèbre. L'étude des fonctions développées en séries devient une généralisation de l'étude des polynômes entiers et ne nécessite que la connaissance des règles élémentaires du calcul algébrique. Comme tout repose sur une seule idée primordiale, qui domine tout, il règne dans l'Ouvrage entier une unité d'exposition remarquable. Les propositions s'enchaînent sans interruption et, comme toutes s'appuient les unes sur les autres, il en résulte que, en dernière analyse, l'ensemble est supporté, uniquement, par la notion et les propriétés élémentaires des nombres entiers. Cet enchaînement continu augmente la certitude des théories (au sens logique du mot); la solidité des raisonnements paraît inébranlable et leur uniformité, loin d'être monotone, les débarrasse des artifices toujours si pénibles.

Les *Leçons nouvelles* initient le lecteur à toutes les questions importantes du Calcul infinitésimal, à toutes celles dont l'utilité et la nécessité sont certaines. Si, après cette étude approfondie, le lecteur, parfaitement préparé à aborder les questions mathématiques les plus ardues, désire connaître celles qui ont un intérêt purement philosophique, il pourra, sans difficulté, lire les Mémoires originaux. Il y apprendra comment on peut concevoir une fonction autrement que par un développement en série et il y trouvera la justification des idées de M. Méray en y voyant que les fonctions issues de cette conception plus générale n'ont guère servi qu'à des développements philosophiques d'un très grand intérêt *en eux-mêmes*, mais peu utiles dans la pratique. Peut-être M. Méray aurait-il pu glisser dans son Ouvrage quelques indications sur ces idées très courantes et qui ont été l'objet de remarquables travaux; il aurait rendu service à ses lecteurs désireux de compléter leurs connaissances. Sous l'empire d'une préoccupation constante d'*unité de méthode*, il a, systématiquement, écarté

toutes ces questions. Cela laisse à son œuvre un cachet personnel sans rien enlever à sa grande valeur. Un Ouvrage intitulé *Leçons* ne peut pas avoir la prétention d'embrasser le domaine complet des Mathématiques. Ce n'est pas un *dictionnaire* que l'Ouvrage de M. Méray et c'est un des meilleurs éloges qu'on puisse en faire.

III.

La *première Partie* de l'Ouvrage complet, qui est la seule parue, contient toutes les propriétés générales des fonctions qui ne dépendent ni de leurs natures spécifiques ni du nombre des variables. Le nom d'aucune fonction *particulière* n'y est prononcé, à part ceux des polynômes entiers et des fractions rationnelles. Cela donne à ce volume un caractère abstrait et il est certain que sa lecture exigera, de la part du lecteur, un plus grand effort que s'il était entrecoupé par des exemples et des monographies qui reposent l'esprit. S'il s'agissait d'un livre élémentaire, destiné à des débutants, il faudrait blâmer sérieusement cette façon de procéder, mais, dans un livre d'Analyse destiné à des étudiants qui ont déjà l'habitude du raisonnement et l'esprit rompu aux abstractions, cela ne peut avoir que l'inconvénient de les forcer à tendre un peu plus leur esprit (si cela peut être considéré comme un inconvénient). D'ailleurs, il faudrait bien se garder de juger ce premier Volume isolément. Chaque Chapitre est une introduction toute prête pour des Chapitres des Volumes suivants et le lecteur, que l'étude ininterrompue de ce premier Volume pourrait fatiguer, n'aura qu'à l'arrêter au point voulu pour prendre dans les Volumes suivants les exemples et les applications qui donneront du repos à son esprit ou bien faciliteront l'assimilation des théories générales.

L'auteur, en partant de la notion de nombre entier, nous conduit tout d'un trait jusqu'aux confins des théories générales de l'Analyse, jusqu'à la démonstration de l'existence des intégrales des équations aux dérivées partielles simultanées. Cela, sans un exemple particulier, sans prononcer, une seule fois, le nom d'une fonction spéciale. S'il est vrai que cette méthode est bien abstraite, elle a, il faut en convenir, l'avantage de montrer que ces propriétés générales se tiennent debout *toutes seules*, se lient les unes aux autres et que l'édifice complet des théories fondamentales de l'Analyse, ainsi présentées, forme un tout homogène, logiquement enchaîné.

Avant d'entrer dans le détail du Volume, disons quelques mots de la terminologie qui y est adoptée. Cette terminologie est celle que l'auteur emploie depuis 1869 et qu'il a proposée dès 1872 dans le *Précis*. Depuis, on a imaginé d'autres termes qui ne sont ni mieux ni plus mal, mais qui ont eu la chance d'être répétés; on comprend, aisément, que M. Méray ait tenu à conserver ceux dont il est l'auteur et qu'il a choisis avant tout autre, pour bien spécifier des idées qui lui appartiennent.

Une fonction *olotrope* est une fonction engendrée par une série entière, c'est ce que nous appelons une fonction *holomorphe* (Briot et Bouquet), ou *régulière* (Weierstrass) ou encore *développable*. Les *olomètres* sont les rayons des cercles de convergence. Une *pseudo-fonction oloïde* est une suite de séries entières dont les cercles de convergence empiètent les uns sur les autres et qui se raccordent dans les parties communes de ces cercles. Les coefficients de ces séries sont les *articles* de la pseudo-fonction et celle-ci se forme par ce que nous appelons un *prolongement* ou *continuation*, opération que M. Méray nomme *cheminement*. Enfin, dans la théorie des équations différentielles, les systèmes *immédiats* sont ceux qui sont du premier ordre et qui fournissent immédiatement un certain nombre de dérivées de fonctions inconnues en fonction des variables indépendantes, des fonctions inconnues et de leurs autres dérivées (s'il y a lieu). Un système immédiat est *passif* lorsque les conditions d'intégrabilité sont vérifiées, c'est-à-dire lorsqu'il est *complètement intégrable*.

IV.

Dans les trois premiers Chapitres du premier Volume, l'auteur reprend rapidement la théorie des fractions, des nombres négatifs, incommensurables et imaginaires. Pour ne pas donner à ces considérations une trop grande place il s'est, en général, contenté d'indications sommaires, mais qui, quoique brèves, sont du plus haut intérêt. Ce sont là trois Chapitres qui devraient être lus et commentés par tout le monde. On a dit si souvent, malheureusement, des choses ridicules sur ces sujets qu'on éprouve vraiment un grand plaisir à lire ces développements si logiques et si clairs. Les fractions sont des *fiction*s introduites par la nécessité de généraliser le quotient de deux nombres entiers. Les nombres négatifs sont amenés par la néces-

sité de créer des *fictions* rendant toutes les soustractions possibles (servant aussi à mesurer les grandeurs dirigées). Pour conduire le lecteur à la notion de nombre incommensurable, M. Méray introduit ce qu'il appelle les *variantes*. Une variante $v_{m,n}, \dots$ est une quantité qui est définie quand les valeurs de ses indices $m, n, \dots$ sont déterminées. Une variante est dite *convergente* si la différence $v_{m'',n'',\dots} - v_{m',n',\dots}$ devient infiniment petite lorsque les indices $m'', n'', \dots, m', n', \dots$ sont infiniment grands. Toute variante qui a une limite est convergente, mais la réciproque n'est pas vraie. Toute variante convergente n'a pas nécessairement une limite (entière ou fractionnaire) et, alors, *par définition*, l'auteur désigne sous le nom de *nombre incommensurable* une *fiction* appelée par lui la *limite d'une variable convergente* qui ne tend pas vers un nombre commensurable.

Enfin, les nombres imaginaires sont introduits, d'une façon tout à fait rationnelle, comme des systèmes de deux nombres réels rendant possible la résolution de toute équation entière à une inconnue.

Dans ces trois Chapitres, d'une façon rapide, mais remarquablement précise, M. Méray a cimenté des bases solides à son œuvre.

Le quatrième Chapitre est la théorie complète des séries dont les termes sont des constantes; il est clair, bref et très complet.

Avec le Chapitre V, nous entrons dans la théorie des fonctions. C'est, maintenant surtout, que la personnalité de l'auteur se dégage. Tout de suite, sans s'attarder à l'étude des séries entières à une variable, il attaque la théorie de celles qui dépendent de plusieurs, expose les propriétés fondamentales, étudie la continuité de la série et établit le théorème d'Abel étendu à des séries à plusieurs variables. Les grandes analogies entre les séries et les polynômes entiers, analogies qui feront, précisément, l'intérêt des fonctions *olotropes*, sont mises en lumière. Citons dans ce Chapitre (n° 130) une très intéressante démonstration du lemme de Cauchy pour établir la *majorance* de la fonction

$$\frac{M}{\left(1 - \frac{\xi}{R_x}\right) \left(1 - \frac{\eta}{R_y}\right) \dots},$$

qui est la fonction majorante de Cauchy. Cette démonstration ne s'appuie absolument que sur les principes de l'Algèbre élémentaire et cela était nécessaire pour que l'auteur pût rester, jusqu'au bout, fidèle à son principe ⁽¹⁾. Les séries entières prennent les noms de fonctions *olotropes*, et les Chapitres VI et VII sont réservés à l'étude de leurs propriétés. M. Méray a une horreur profonde pour notre définition ordinaire de la dérivée, et il est vrai que celle qu'il propose après Lagrange et qui s'impose, avec sa méthode, est beaucoup plus simple. $f(x, y, \dots)$ étant une fonction olotrope, $f(x + h, y + k, \dots)$ en est une aussi de $x, y, \dots, h, k, \dots$; les dérivées partielles $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \dots$ ne sont alors autre chose que les coefficients de $h, k, \dots$ dans le développement de $f(x + h, y + k, \dots)$. Toujours avec sa façon de procéder, qui va du général au particulier, il définit de suite la différentielle totale d'une fonction de plusieurs variables, $\frac{\partial f}{\partial x} h + \frac{\partial f}{\partial y} k + \dots$; le cas d'une fonction d'une variable n'est qu'un cas particulier du cas général. Le Chapitre VI se termine par plusieurs paragraphes (n° 173) remarquables sur les *pseudo-fonctions oloïdes* où, en particulier, l'auteur montre comment une telle pseudo-fonction définit, dans des aires imperforées, une véritable fonction olotrope.

C'est dans le Chapitre VII que la divergence du point de départ de M. Méray de celui de Cauchy se fait le plus sentir, par la nécessité où il se trouve de démontrer des choses qui, au point de vue de Cauchy, sont relativement évidentes. Lorsqu'on définit, comme d'habitude, une fonction holomorphe par la continuité et l'existence de la dérivée, il faut démontrer la *possibilité* du développement en série et la démonstration même montre que, si une fonction est holomorphe, dans des aires, le développement à partir de valeurs initiales données, prises dans ces aires, a pour cercles de convergences

(¹) On sait que, d'ordinaire, on se sert du Calcul intégral pour établir ce lemme. La démonstration est très simple; mais M. Méray devait absolument la bannir, car, plus tard, ce lemme même lui servira à faire le *Calcul inverse des dérivées*, c'est-à-dire à donner la notion d'intégrale.

les plus grands cercles contenus tout entiers dans ces aires et décrits de ces valeurs initiales comme centres. Au point de vue de M. Méray, la possibilité du développement d'une fonction olotrope *n'est pas à démontrer*, puisque le développement même *sert de définition*, de génération même à la fonction. Dire alors que la fonction $f(x, y, \dots)$ est olotrope dans les aires $S_x, S_y, \dots$ avec les olomètres $\delta x, \delta y, \dots$ c'est affirmer par un mot que, si l'on prend un système *quelconque* de valeurs initiales $x_0, y_0, \dots$, dans ces aires, la fonction était déjà représentable par une série ordonnée suivant les puissances croissantes entières de $x - x_0, y - y_0, \dots$ convergente tant que $x, y, \dots$ restent à l'intérieur des cercles décrits de $x_0, y_0, \dots$ comme centres avec $\delta x, \delta y, \dots$ pour rayons. De cette définition même, il découle bien que le développement est convergent dans les cercles de rayons $\delta x, \delta y, \dots$ mais *rien de plus*, et on ne sait pas, *a priori*, si ce développement est encore convergent lorsque les cercles ont des rayons plus grands, mais de façon à être contenus dans les aires $S_x, S_y, \dots$. L'auteur se trouve conduit à démontrer cette proposition qui n'a pas sa raison d'être au point de vue de Cauchy et qui est absolument nécessaire au sien : « *Quand une fonction est olotrope dans des aires $S_x, S_y, \dots$ avec les olomètres $\delta x, \delta y, \dots$, et qu'on ne sait rien de plus sur elle, son développement en série à partir des valeurs initiales $x_0, y_0, \dots$, tombant dans les aires considérées, a pour rayons de convergence maximum les quantités positives obtenues en ajoutant $\delta x, \delta y, \dots$, respectivement à $\Delta x, \Delta y, \dots$, rayons des plus grands cercles de centres $x_0, y_0, \dots$, qui n'ont aucun point extérieur aux aires dont il s'agit* (n° 201). Cet exemple suffit pour montrer la différence irréductible qui existe entre les deux voies.

La notion de l'intégrale n'est, au fond, que la notion inverse de celle de la dérivation. En conséquence, M. Méray ne retient que cette façon de l'envisager et repousse, résolument, toute autre façon de la concevoir. Pour bien affirmer son idée, il abandonne le nom de *Calcul intégral* pour lui substituer celui de *Calcul inverse des dérivées* qui sert de titre au Chapitre VIII. Toujours exclusivement soucieux des cas généraux, il aborde donc, d'emblée, le problème général de l'intégration des différentielles totales : *trouver une fonction olotrope u*

de h variables satisfaisant aux h équations immédiates

$$\frac{\partial u}{\partial x} = U_x(x, y, \dots),$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = U_y(x, y, \dots),$$

.....

L'intégrale indéfinie (et définie) n'est, alors, que le cas particulier à une variable. D'ailleurs, il y a plus, tandis que, d'ordinaire, on commence par traiter le cas de variables réelles pour passer, ensuite, au cas des variables imaginaires, il ne s'embarrasse de cette distinction pas plus ici qu'ailleurs, et il traite le tout d'un seul coup. Cette façon de procéder est certainement très légitime, très générale et surtout rapide, mais il est certain qu'elle exigera de la part des débutants un effort d'esprit plus considérable que la méthode ordinaire, plus longue et peut-être moins naturelle, mais qui gradue mieux la difficulté. Heureusement, il est probable que, malgré le sentiment de M. Méray, tous ses lecteurs auront les connaissances comprises dans le programme de Mathématiques spéciales et connaîtront déjà l'intégrale d'une fonction d'une variable.

Le Chapitre IX contient une théorie des fonctions composées, très documentée. Ce sujet, si délicat, est fait en une seule fois et en peu de mots, par le lemme de Cauchy pour leur olotropie et par des manipulations de séries pour la formation de leurs dérivées. C'est tout un Chapitre qui n'existait qu'à l'état rudimentaire dans le *Précis*.

Je n'insisterai pas sur les derniers Chapitres du Volume où les idées et les démonstrations sont beaucoup moins éloignées de celles qui ont cours. Dans le Chapitre X, l'auteur reprend la théorie des équations aux différentielles totales générales avec plusieurs fonctions inconnues et où les seconds membres contiennent aussi ces fonctions. Le Chapitre XI est réservé à l'étude des fonctions *implicites en général*, où la personnalité de l'auteur se remet vigoureusement en saillie. Le Chapitre XII, qui traite des équations différentielles partielles, est une reproduction, à peu près littérale, d'un Mémoire publié en collaboration avec M. Riquier, dans les *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*.

Enfin, le Chapitre XII, qui clôt le Volume, est un complément à la théorie des équations différentielles totales, dans lequel il faut signaler une démonstration du fait qu'on peut résoudre les équations intégrales par rapport aux constantes arbitraires.

Nous regrettons vivement que le manque d'espace ne nous ait pas permis de faire un compte rendu plus détaillé de ce Volume si remarquable, mais nous espérons cependant que ce simple aperçu suffira pour donner à chacun le désir d'étudier et d'approfondir les grandes idées que M. Méray a jetées, à profusion, dans son œuvre, et dont, mieux encore sans doute, les Volumes suivants feront ressortir la solidité et la simplicité.

G. BOURLET.

COURS DE GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE à l'usage des élèves de la classe de Mathématiques spéciales et des candidats aux Écoles du Gouvernement; par *B. Niewengłowski*, professeur de Mathématiques spéciales au lycée Louis-le-Grand, membre du Conseil supérieur de l'Instruction publique. 3 volumes gr. in-8°, avec nombreuses figures, se vendant séparément. Paris, Gauthier-Villars et fils. Tome I : SECTIONS CONIQUES; 1894, prix : 10^{fr}. Tome II : CONSTRUCTION DES COURBES PLANES. COMPLÉMENTS RELATIFS AUX CONIQUES. Tome III : GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE, avec une NOTE SUR LA TRANSFORMATION DES FIGURES, par E. BOREL, maître de conférences à la faculté des Sciences de Lille. (*En préparation.*)

Ce *Cours* comprend tout ce qui est exigé des candidats à l'École Polytechnique ou à l'École Normale relativement à la Géométrie analytique : il contient davantage. Les élèves qui se préparent à subir les épreuves d'un concours difficile sont obligés d'apprendre plus que *le programme*, en vertu de cet adage : *Qui peut le plus, peut le moins*. Aussi l'auteur ne s'est-il pas limité aux seules théories qui figurent explicitement dans les programmes officiels. Ni les coordonnées trilineaires, ni les coordonnées tangentielles n'y sont mentionnées; leur connaissance est pourtant précieuse : c'est pourquoi l'auteur

leur a fait une place importante. Néanmoins il a réservé la prédominance aux coordonnées cartésiennes qui constituent l'instrument fondamental.

L'emploi des coordonnées tangentielles exige quelque expérience ; on ne peut le nier. On ne doit donc, à son avis, les introduire dans l'enseignement qu'avec beaucoup de prudence et de ménagement. Il a cru possible et avantageux d'exposer la théorie des coordonnées homogènes et des coordonnées trlinéaires aussitôt après la *ligne droite* ; mais c'est surtout la transformation par polaires réciproques qui permet de comprendre l'usage des coordonnées tangentielles en éclairant d'un jour plus vif les raisonnements directs qui semblent parfois quelque peu détournés. Pour cette raison il a placé les principales applications des coordonnées tangentielles après les polaires réciproques.

A la suite de chaque Chapitre, il a indiqué quelques exercices dont il aurait pu facilement étendre le nombre en faisant des emprunts aux journaux ou aux recueils de problèmes. Il a préféré n'indiquer que des applications immédiates ou des compléments utiles.

Le premier Volume contient la ligne droite, le cercle et une partie de la théorie des coniques ainsi que la théorie des tangentes. Le deuxième renfermera les théories générales relatives aux courbes planes et des compléments concernant les coniques. Un troisième Volume sera consacré à la Géométrie dite *à trois dimensions*. L'auteur a toujours donné la préférence aux méthodes symétriques ; pour passer de la Géométrie plane à la Géométrie dans l'espace, il suffira souvent de reprendre exactement des calculs déjà faits, en introduisant une variable de plus.

L'ordre que l'auteur a suivi a été déterminé par le choix des matières qu'il lui a paru utile de grouper pour constituer son enseignement ; cet ordre n'est pas indispensable et il sera bien facile de le modifier. Les élèves de seconde année pourront, par exemple, étudier les théories générales relatives aux courbes planes aussitôt après la théorie des tangentes et terminer par les coniques. L'auteur a pensé qu'il y aurait plus de profit pour les élèves de première année à commencer par les théories les plus faciles.

Il a adopté, suivant en cela un usage de plus en plus ré-

pandu, deux sortes de caractères pour le texte, les plus petits étant réservés aux questions les plus difficiles et ne faisant pas partie des programmes, et parfois aussi à de simples applications.

Le dernier Volume renfermera une Note importante relative à la transformation des figures, rédigée par M. E. Borel.