

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 13
(1894), p. 501-503

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1894_3_13__501_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1894, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CORRESPONDANCE.

Extrait d'une Lettre de M. Maurice d'Ocagne.

Si l'on se reporte aux démonstrations que j'ai données (*Nouvelles Annales*, 3^e série, t. IX, p. 289) de deux théorèmes généraux sur la détermination de la normale aux courbes planes, on peut remarquer que rien, dans ces démonstrations, ne suppose que les *distances sous l'angle* θ du point M ou de la droite D aux diverses courbes de référence soient prises avec une même valeur de l'angle θ .

D'autre part, l'énoncé du théorème I peut, dans le cas général (ainsi que je l'ai fait au n° 3, dans le cas où toutes les distances sont normales), être modifié au moyen du théorème de Leibnitz.

Dans ces conditions, les énoncés des deux théorèmes en question peuvent prendre la forme que voici :

THÉORÈME I. — *Si les distances $MP_1 = l_1$, $MP_2 = l_2$, ..., $MP_n = l_n$, sous des angles constants, mais d'ailleurs quelconques, d'un point M à diverses courbes de référence, sont liées par l'équation*

$$\varphi(l_1, l_2, \dots, l_n) = 0,$$

et si les droites joignant le point M aux centres de courbure $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_n$ des courbes de référence, répondant aux points $P_1, P_2, \dots, P_n$, sont respectivement les angles (pris avec leur signe) $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ avec $MP_1, MP_2, \dots, MP_n$, la normale à la courbe, lieu du point M, est dirigée suivant la résultante des vec-

leurs $\frac{1}{\cos \omega_1} \frac{d\varphi}{dl_1}, \frac{1}{\cos \omega_2} \frac{d\varphi}{dl_2}, \dots, \frac{1}{\cos \omega_n} \frac{d\varphi}{dl_n}$ dirigés eux-mêmes suivant $M\Omega_1, M\Omega_2, \dots, M\Omega_n$.

THÉORÈME II. — Si les distances $l_1, l_2, \dots, l_n$ sous des angles constants, mais d'ailleurs quelconques, d'une droite D à diverses courbes de référence sont liées par l'équation

$$\varphi(l_1, l_2, \dots, l_n) = 0,$$

la normale à l'enveloppe de la droite D passe par le centre de gravité des masses $\frac{d\varphi}{dl_1}, \frac{d\varphi}{dl_2}, \dots, \frac{d\varphi}{dl_n}$, respectivement appliquées aux centres de courbure correspondants des courbes de référence.

Le théorème I permettra en particulier de construire la normale au lieu des points d'où l'on peut mener à une courbe donnée une tangente et une normale égales entre elles.

Lettre de M. C. Possé, professeur à l'Université de Saint-Pétersbourg, à M. Brisse.

Dans un manuscrit d'un ancien collaborateur des *Nouvelles Annales*, M. C. Harkema, de Saint-Pétersbourg (mort il y a plus de quinze ans), qui m'a été communiqué récemment par un des amis du défunt, se trouve une petite Note, probablement rédigée pour être insérée dans votre honorable Recueil. Vu l'extrême simplicité du résultat annoncé dans cette Note, je me permets de vous le communiquer en omettant la démonstration, tout à fait évidente; il est très probable que ce résultat est connu, mais comme je n'ai pas pu le trouver exprimé explicitement dans les ouvrages que j'ai sous ma main, je me suis décidé à vous le faire connaître en vous priant d'en faire tel usage qu'il vous plaira. Voici la remarque de feu M. Harkema.

L'équation différentielle $P dx + Q dy = 0$ admet comme facteur d'intégrabilité les expressions

$$(1) \quad \frac{1}{P^2 + Q^2}$$

ou

$$(2) \quad \frac{1}{P^2 - Q^2},$$

selon qu'on a

$$(1) \quad \begin{cases} \frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{\partial Q}{\partial x}, \\ \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y} \end{cases}$$

ou

$$(2) \quad \begin{cases} \frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{\partial Q}{\partial x}, \\ \frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{\partial Q}{\partial y}. \end{cases}$$

On ramène l'équation proposée à une équation où les variables sont séparées, en prenant pour nouvelles variables

$$\begin{aligned} u &= x + iy, \\ v &= x - iy \end{aligned}$$

dans le premier cas, et

$$\begin{aligned} u &= x + y, \\ v &= x - y \end{aligned}$$

dans le second.