

PIERRE LAFFITE

**Auguste Comte examinateur d'admission
à l'École polytechnique**

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 13
(1894), p. 113-120

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1894_3_13__113_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1894, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

**AUGUSTE COMTE EXAMINATEUR D'ADMISSION
A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE (1);**

PAR M. PIERRE LAFFITE,
Professeur au Collège de France.

GASLONDE, 19 ans passés (de 2^h 20^m à 4^h).

1° *Construire sur un côté donné un décagone régulier.*

Il se tire très bien de la construction en imaginant d'inscrire préalablement un décagone dans un cercle arbitraire. Il calcule d'ailleurs exactement le rayon correspondant et en construit convenablement la valeur après quelque hésitation. (*Well.*)

2° *Sphère passant par quatre points donnés : épure de la solution.*

Il explique bien la construction solide, sauf quelque hésitation, sur les cas singuliers; il expose fort bien le plan complet de l'épure, et montre heureusement les simplifications qu'elle éprouve par un choix libre des plans de projection. (*Very well.*)

3° *Analyse de l'équation $x^4 + 2x^2 - x + 2 = 0$.*

Il voit sur-le-champ que l'équation a deux racines imaginaires, et quel est le signe des autres en cas de réalité : il s'assure de leur imaginarité par le théorème de Sturm heureusement employé, sans pousser le calcul jusqu'au terme ordinaire. Il reconnaît par ses calculs que les racines sont égales et cherche ses racines par la substitution de $y + z\sqrt{-1}$. Il forme bien les équations en y et z , et, heureusement, l'équation finale en y , sans pouvoir fixer *a priori* le nombre de ses racines réelles, il procède à la recherche de celles qui seraient commensurables : quoique la longueur des calculs ne permette pas d'achever, la réponse est satisfaisante.

(1) Voir même Tome, p. 65.

4° *Sur un billard elliptique lancer une bille de position donnée, de manière à en frapper une autre donnée après une seule réflexion.*

Après avoir renoncé à la solution graphique, il met exactement, mais péniblement le problème en équation, sans s'apercevoir qu'il revient à faire une ellipse d'après le foyer et un contact avec le billard. Il manque entièrement la vérification relative au cas où les billes sont aux deux foyers du billard. (*Enough well.*)

5° *Équilibre d'un poids soutenu par un nœud coulant : courbe d'ascension d'un réverbère.*

Il explique bien la loi de l'équilibre: il trouve très simplement et spontanément la vraie nature de la courbe, et détermine nettement ses vraies dimensions, sauf une légère erreur de signe. (*Extremely well.*) (+ +).

Ce candidat est un des meilleurs jusqu'ici, son intelligence est bonne et assez étendue; son instruction est très satisfaisante.

HARLÉ, 18 ans passés (de 9^h 15^m à 10^h 45^m).

1° *Sommutation des progressions arithmétiques : application à la loi de Galilée.*

Exposition claire et facile de la formule; il fait couramment l'application, en expliquant très bien le cas de n fractionnaire ou même irrationnel d'après la nature de la question (*Very well.*)

2° *Estimation d'après cette loi de Galilée de la profondeur d'un précipice, par le temps qu'un corps a employé à tomber jusqu'au fond, en ayant égard, dans l'appréciation de ce temps, à la durée de la transmission uniforme du son.*

Il forme très bien, et après peu d'hésitation, l'équation difficile de ce problème. Après l'avoir résolu, il tâtonne pour décider celle des deux racines qui convient seule à la question; il ne parvient pas à se prononcer nettement à cet égard, quoique ayant aperçu le principe de la distinction. (*Well.*)

3° *Dimensions d'une salle surmontée d'une voûte hémicylindrique, d'après sa surface, son volume et la hauteur de son centre de gravité.*

Il forme couramment les deux premières équations et fina-

lement aussi la troisième d'après le théorème de Guldin qui lui est signalé; il indique bien le plan des éliminations et assez bien le degré de l'équation définitive. Interpellé de résoudre le problème quand le centre de gravité est le plus bas possible, il emploie malheureusement le théorème de Sturm et non le principe des racines égales. (*Less well.*)

4° *Lieu des sommets des paraboles ayant un foyer donné et une tangente donnée.*

En prenant l'origine au foyer et un axe parallèle à la tangente, il formule très bien l'équation du système des paraboles. Il exprime très directement aussi les coordonnées du sommet (comme point où le diamètre et la tangente sont rectangulaires), en faisant toutefois des calculs superflus pour trouver la direction du diamètre; il en déduit très bien la formation de l'équation cherchée. (*Extremely well.*)

5° *Direction la plus favorable au tirage d'un poids sur un plan horizontal, en supposant le frottement toujours proportionnel à la pression.*

En lui indiquant le principe statique de la solution (qu'il ne pouvait d'abord bien saisir), il trouve très bien le minimum de $n \cos \alpha + \sin \alpha$ d'après la méthode purement algébrique. On voit encore sur cet exemple qu'il n'apprécie pas le principe des racines égales comme caractéristiques de l'état minimum. (*Well.*) (+ +).

Ce candidat est fort instruit, très exercé, et d'une intelligence assez élevée, quoique plus porté à calculer qu'à réfléchir. Il est inférieur toutefois à Édouard Hardy et doit être probablement intercalé entre celui-ci et Hérard ou entre Hérard et Séwrin.

LENORMAND, 20 ans accomplis (de 4^h 15^m à 6^h).

1° *Aire d'un triangle d'après les coordonnées de ses sommets.*

Il institue spontanément la décomposition géométrique la plus favorable, et trouve enfin la vraie formule après plusieurs erreurs à rectifier. Interpellé d'assigner *a priori* la fonction en la supposant d'abord rationnelle et entière, il comprend l'esprit de la question et, avec un peu d'aide, résout à peu près

la question. (*Very well.*) Il passe de la formule rectiligne à la formule polaire et la retrouve très bien par la figure. (*Very well.*)

2° *Analyse de l'équation $x^4 - x^2 + 2x - 1 = 0$, sachant que deux de ses racines sont réciproques.*

Il applique très bien d'abord le théorème de Descartes et en tire, par une argumentation fine, rapide et serrée, tout le parti possible. Ayant égard à la réciprocité annoncée il substitue a et $\frac{1}{a}$ et cherche les racines communes, après avoir toutefois assez heureusement combiné, mais sur avertissement, les deux équations pour être dispensé de rechercher formellement le commun diviseur. Les deux racines réciproques étant ainsi trouvées, il trouve enfin les deux autres en ôtant le facteur du second degré; mais il ne sait pas se passer spontanément de la division dont il parvient cependant à se dispenser après nouvel avis. (*Well.*)

3° *Lieu des sommets des hyperboles ayant un foyer donné et une asymptote donnée.*

En formant l'équation du système d'hyperboles, il exprime bien les conditions relatives à l'asymptote et ne peut aboutir à formuler celles relatives au foyer. En les supposant exprimées, il indique bien la manière de former l'équation du lieu, en définissant le sommet par un bon caractère. (*Imperfectly but enough well.*)

4° *Loi d'équilibre d'un haquet.*

Il saisit bien le principe de réduction des machines composées aux machines simples, et l'applique très bien au cas proposé. (*Very well.*) (+ +).

Ce candidat a de la force et de la justesse, quoique son instruction ait été trop mesquinement dirigée. Son esprit peut aller très loin quand il est un peu excité. (Très admissible et à balancer vraisemblablement avec Masquelez.)

LABBÉ, 20 ans accomplis (de 10^h 15^m à 12^h 15^m).

1° *Différence de niveau entre deux points inaccessibles.*

Il procède comme pour trouver la distance des deux points, et d'ailleurs exactement sous ce rapport. Il s'aperçoit ensuite

qu'il faut niveler les deux points comparativement à une station commune et décrit très bien l'ensemble de l'opération, dont il apprécie fort judicieusement la comparaison avec un nivellement direct. Interpellé quelle influence la petitesse de la base peut exercer sur l'exactitude du travail trigonométrique, il finit par analyser cette influence délicate avec une parfaite justesse. (*Extremely well.*)

2° *Cubature du dodécaconoïde régulier.*

Il exécute très bien et fort simplement, dans toutes ses parties, l'ensemble de cette évaluation. Il applique aussi très bien la formule à calculer le côté du polygone d'après le volume, à un degré d'approximation donné, sauf quelque hésitation sur la mesure effective de l'approximation. (*Very well.*)

3° *Analyse de l'équation $x^4 - x^2 - 2x = c$, en déterminant c de manière que la somme de deux racines soit 1.*

Il prend pour principe la divisibilité par $x^2 - x + p$, et détermine très bien p et c . Il trouve ensuite très simplement les racines par le diviseur et le quotient. Reprenant ensuite *a priori* l'analyse de l'équation par le théorème de Descartes combiné avec les autres notions principales de la théorie des équations, il en tire judicieusement ou à peu près tout le parti possible. (*Very well.*)

4° *Lieu des sommets de toutes les hyperboles concentriques ayant une asymptote commune et la même excentricité.*

Il croit d'abord que les données déterminent l'hyperbole; mais, invité à réitérer cet examen, il finit par rectifier son erreur. Prenant l'origine au centre et l'asymptote pour un des axes, il forme bien, après quelques méprises bientôt réparées, l'équation du système d'hyperboles en ayant égard aux deux premières conditions; il s'embarrasse beaucoup dans la prise en considération de la dernière condition, dont il ne saisit que vaguement le plan. En la supposant exprimée, il expose à peu près bien le plan de la recherche du biais des sommets comme point où la tangente est perpendiculaire au diamètre. (*Enough well.*)

5° *Équilibre des forces parallèles dans l'espace.*

Exposition méthodique et correcte de la méthode ordinaire : analyse pénible, mais judicieuse, et finalement satisfaisante des divers degrés de gêne. (*Well.*) (+ + .)

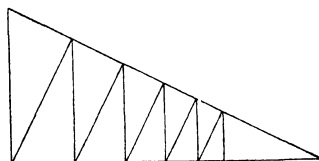
Ce candidat, très admissible, est fort judicieux et suffisamment intelligent, quoique mal enseigné. (A placer vraisemblablement un peu après ou un peu avant Lenormand.)

ROUSSEAU, 20 ans (de 2^h 30^m à 4^h 30^m).

1^o *Sommutation des progressions géométriques.*

Exposition claire et correcte de la formule ordinaire. Il détermine bien la limite, mais y explique mal le cas exceptionnel. Il explique bien, au sujet de la limite, que la somme $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$ est infinie. (*Well.*)

Interpellé d'appliquer la formule à l'exemple géométrique de cette figure signifiant : du sommet de l'angle droit d'un triangle rectangle mener une perpendiculaire à l'hypoténuse; du pied de cette perpendiculaire, en mener une au plus grand côté du triangle; du pied de cette seconde perpendicu-



laire mener une nouvelle perpendiculaire à l'hypoténuse, du pied de celle-ci au côté et continuer ainsi indéfiniment, il reconnaît d'abord l'existence de la progression et trouve bien la limite. Sommé de prouver si cette vérification suffirait pour justifier la formule en général, il finit, après beaucoup d'hésitation, par répondre très exactement, mais péniblement. (*Very well.*)

2^o *Dimensions d'une niche d'après son volume et sa surface.*

Il forme bien l'équation du problème. Il discute assez bien l'équation sous le point de vue algébrique et sous le point de vue géométrique. Interpellé de déterminer les dimensions pour le volume maximum, il voit bien *a priori* que ce cas correspond à celui d'une racine double; mais il ne peut pas la vérifier *a posteriori* par l'analyse des conditions de réalité.

D'après ce principe, il détermine péniblement les dimensions.
(*Enough well.*)

3° *Construction de l'équation précédente* $x^3 - 3b^2x + 8a^3 = 0$.

Il hésite d'abord à prononcer l'impossibilité de construire par deux cercles, et ne la reconnaît que par le calcul qui lui suggère toutefois l'idée de la comparaison géométrique directe de deux cercles. Il cherche après à combiner le cercle et la parabole; mais, à la manière dont il prend la parabole ($y^2 = 2px$), le calcul le conduit à reconnaître l'impossibilité de cette construction; et il en conclut, après discussion sur la figure, la nécessité de poser la parabole $x^2 = 2py$, sauf toutefois hésitation et avertissement. Avec cette modification, il achève la construction, sauf une légère erreur de signe, et la met bien en harmonie avec l'équation. On reconnaît aisément que le candidat n'a pas été enseigné sur les constructions, ce qui donne une grande valeur au travail évidemment spontané qu'il vient d'exécuter péniblement.) (*Well.*) (++)

Ce candidat, très judicieux et assez intelligent, est certainement admissible, quoique son instruction soit inférieure. (À balancer probablement avec Bonfillion et Masquelez.)

JOHANNYS, 19 ans (de 9^h 15^m à 10^h 45^m).

1° *Aire d'un triangle par deux côtés et un angle.*

Il résout très bien la question quand l'angle est compris et détermine couramment le maximum. Mais il est fort embarrassé pour le second cas qu'il ne sait point déduire du premier; il s'en tire cependant très bien par une autre voie et finit par discuter assez convenablement la formule obtenue.

2° *Analyse de l'équation* $8x^5 - ax^3 + x^2 + 12x = 2$, *quand a est tel que deux des racines sont égales au signe près.*

Il divise immédiatement par $x^2 - x'$ et détermine bien ainsi x' et a . Il discute alors le quotient pour caractériser les autres racines et s'aperçoit, par une seule substitution, qu'elles sont toutes réelles, sauf une erreur, bientôt rectifiée, sur le signe de la dernière racine. Interpellé si ces racines sont dans la table des sinus par la trisection de l'angle, il prend mal à propos la formule de Moivre, ne pense pas seulement à l'équation trigonométrique et s'égare en transformations inu-

tiles, insignifiantes, qui indiquent toutefois un certain esprit de calcul. Cependant, en posant $x = \cos \varphi + \sin \varphi$, il trouve, sans s'en douter, la résolution des équations du 3^e degré; mais il est arrêté par l'imaginarité de $\cos \varphi$ et de $\sin \varphi$. Quoique la solution lui échappe finalement, il est aisé de reconnaître, par l'ensemble de cette question, que le candidat entend bien l'Algèbre. (*Well.*)

3^o *Lieu des sommets des ellipses concentriques ayant un point commun et une même tangente.*

Prenant l'origine au centre et un axe parallèle à la tangente, il forme bien l'équation du système d'ellipses. Mais il suit d'abord, pour l'expression des sommets, une mauvaise marche par une définition trop spéciale des sommets (comme intersection de la courbe avec ses axes). Averti de cette faute, il pense spontanément au caractère de la tangente perpendiculaire au rayon, et alors continue très bien la solution jusqu'au bout. Il voit nettement que la question est commune à l'hyperbole et à l'ellipse; mais il hésite beaucoup pour reconnaître qu'elle ne convient pas à la parabole. (*Wery well.*)

4^o *Equilibre d'un poids sur un plan résistant.*

Il explique très bien les conditions de cet équilibre. Il conçoit même très nettement les conditions les plus favorables à la stabilité et les modifications provenant du frottement. Interpellé d'assigner, sous ce dernier rapport, la limite des inclinaisons qui permettent l'équilibre, il y parvient d'une manière directe et très heureuse. (*Extremely well.*)

Ce candidat, malgré ses fautes d'Algèbre, est évidemment l'un des meilleurs jusqu'ici; il a l'esprit net, fort et juste, et une très bonne instruction. (A classer vraisemblablement parmi les trois ou quatre premiers jusqu'à présent. (+ +).

(*A suivre.*)