

E. CARVALLO

Nouveau théorème de mécanique

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 12
(1893), p. 454-456

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1893_3_12__454_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1893, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

NOUVEAU THÉORÈME DE MÉCANIQUE;

PAR M. E. CARVALLO,

Examinateur d'admission à l'École Polytechnique.

1. Dans un article antérieur ⁽¹⁾, j'ai montré que l'*Ausdehnung's Lehre* de Grassmann ⁽²⁾ établit une parenté étroite et inattendue entre un grand nombre de théorèmes connus de Mécanique et de Géométrie; que cette même théorie fournit une source inépuisable de théorèmes nouveaux.

Je vais aujourd'hui signaler un théorème général qui peut être utile en Mécanique. Il m'a été suggéré par la lecture de l'élégante étude du complexe linéaire de M. Fouret ⁽³⁾.

Pour énoncer commodément mon théorème, je vais introduire une définition.

2. *Définition.* — J'appelle *image d'une force sur un plan* le point où la force perce le plan, ce point étant muni d'une masse égale à la valeur algébrique de la projection de la force sur la normale au plan, normale munie d'un sens positif arbitraire, mais déterminé.

J'appelle *image d'un système de forces sur un plan* le centre de gravité des images des forces du système sur le même plan. Si la somme algébrique des masses de ces images n'est pas nulle, le centre de gravité est à distance finie, muni d'une masse égale à la somme algébrique des masses du système. Il est à l'in-

(¹) *La Méthode de Grassmann* (*Nouvelles Annales*; 1892).

(²) Berlin: 1862.

(³) Complément à l'édition française de la *Géométrie du mouvement*, de Schœnflies. Gauthier-Villars et fils: 1893.

fini dans le cas contraire. Dans ce cas, l'image du système peut être représentée par un couple de points de masses égales et de signes contraires, ou par le vecteur qui va d'un des points à l'autre, multiplié par la masse du point d'arrivée. D'après la définition même du mot *vecteur*, deux de ces couples sont équivalents si les segments qui vont de l'image négative à l'image positive sont parallèles, de même sens, et inversement proportionnels aux masses des deux couples.

Ces préliminaires posés, le théorème s'énonce ainsi :

3. THÉORÈME. — *Pour que deux systèmes de forces appliquées à un corps rigide soient équivalents, il faut et il suffit que, sur tout plan, l'image du premier système soit identique à celle du second.*

Ce théorème est, par le principe de dualité, corrélatif du théorème des moments vectoriels des forces par rapport à un point, pourvu qu'on accorde au mot *corrélatif* la généralité qu'il comporte.

4. Il serait facile de baser sur les images une théorie des forces appliquées à un corps solide, en suivant le plan que j'ai adopté, d'abord dans mes *Leçons de Statique* ⁽¹⁾ où j'ai utilisé les moments vectoriels par rapport à un point, puis dans mon *Cours de Mécanique* ⁽²⁾ où j'ai fait usage des moments par rapport à un axe. La nouvelle théorie, aussi simple que les deux autres, serait moins naturelle, parce qu'elle ne saurait avoir une représentation matérielle aussi claire. Les théories des moments, en effet, sont suggérées par le levier (solide mobile autour d'un point fixe) et en expriment le principe. Pour avoir le corrélatif du levier, dans la théorie des images, il faudrait considérer un solide assujéti à

(¹) 1884.

(²) 1893.

une telle liaison qu'il puisse tourner autour de toute droite d'un plan donné, sans pouvoir prendre aucun autre mouvement. Une telle liaison semble difficile à réaliser.

Ce que j'ai appelé *image d'une force sur un plan* mériterait, par continuité, le nom de *moment ponctuel* de la force par rapport au plan. Le mot *image* m'a paru rentrer mieux dans les usages ; il a aussi l'avantage d'être plus court.