

L. RAVIER

Note sur une construction du centre de courbure de l'ellipse

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 11
(1892), p. 324-326

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1892_3_11__324_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1892, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR UNE CONSTRUCTION DU CENTRE DE COURBURE DE L'ELLIPSE;

PAR M. L. RAVIER.

Soit un point M décrivant un cercle M de centre O , MT la tangente en ce point au cercle. Supposons que tous les points A, B, C de cette tangente soient invariablement liés à M , ces points décrivent des cercles (A) , (B) , (C) , . . . concentriques au cercle (M) .

Faisons une projection cavalière de cette figure; la

tangente MT a pour projection la tangente mt à l'ellipse (m) en m . Les points A, B, C, ... se projettent en des points $a, b, c, \dots$ de mt situés à des distances $ma, mb, mc, \dots$ de m proportionnelles à MA, MB, MC,

Les circonférences (A), (B), (C), ... se projettent suivant des ellipses $(a), (b), (c), \dots$ concentriques et homothétiques à (m) .

Considérons les normales $a\alpha, b\beta, c\gamma, \dots$ aux ellipses $(a), (b), (c), \dots$.

Les droites $a\alpha, b\beta, c\gamma, \dots$, étant les normales en $a, b, c, \dots$ à des ellipses concentriques et homothétiques à m , sont les perpendiculaires abaissées de ces points sur les diamètres conjugués par rapport à m de $a, b, c, \dots$.

Soient $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ les points où ces perpendiculaires rencontrent $m\mu$ normale à (m) en m , soit μ le point où cette normale touche son enveloppe; les segments $a\alpha, b\beta, c\gamma, \dots$ sont proportionnels à $ma, mb, \dots$ ⁽¹⁾.

De là une construction du point μ .

Il suffit de prendre deux normales $a\alpha, b\beta$ et de déterminer le point μ sur $\alpha\beta$ de façon que $\frac{\mu\alpha}{\mu\beta} = \frac{ma}{m\beta}$.

Nous allons appliquer cette construction dans différents cas particuliers.

1° On connaît, outre le point m et la tangente mt , le centre o et les directions de deux diamètres conjugués.

Menons ces deux diamètres. Prenons pour points a et b les points où ils rencontrent mt .

Soit π le point de rencontre des perpendiculaires abaissées de b sur oa et de a sur ob , soit p le point de

(1) Voir *Cours de Géométrie descriptive* de M. MANNHEIM, 2^e édition, p. 170. On peut déduire de là que les droites $a\alpha, b\beta, c\gamma, \dots$ enveloppent une parabole touchant $m\mu$ en μ , ce qui conduit à des propriétés intéressantes déjà connues.

rencontre des parallèles menées de b à oa , de a à ob . Les triangles pab et $\pi\alpha\beta$ ont leurs côtés respectivement perpendiculaires; on en déduit que μ est le point de rencontre avec la normale en m de la perpendiculaire abaissée de π sur pm .

2° Dans le cas où les diamètres conjugués connus sont les axes, on retombe sur la construction ordinaire.

3° Cette construction ne s'applique pas aux extrémités des diamètres conjugués donnés. On prendra alors pour système de diamètres oa , ob le système des diagonales du parallélogramme circonscrit à l'ellipse, aux extrémités des diamètres donnés. Si l'on cherche ainsi les rayons de courbure aux sommets, on retombe sur la construction connue.