

E. VALDÈS

## Sur la géométrie du triangle

*Nouvelles annales de mathématiques 3<sup>e</sup> série*, tome 11  
(1892), p. 249-250

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1892\\_3\\_11\\_\\_249\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1892_3_11__249_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1892, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

---

## SUR LA GÉOMÉTRIE DU TRIANGLE;

PAR M. E. VALDÈS.

---

I. *Propositions nouvelles sur la symédiane et le point de Lemoine.* — Soient un triangle  $ABC$  et son cercle circonscrit,  $K$  son point de Lemoine et  $k_a, k_b, k_c$  les pôles de ses symédiannes,  $\alpha\beta\gamma$  le triangle métaharmonique <sup>(1)</sup> de  $ABC$  par rapport à  $K$  et  $abca_1b_1c_1$  l'hexagone formé par leurs côtés.

1° L'axe d'homologie de ces deux triangles est la droite  $k_ak_bk_c$ , polaire de  $K$ .

2° Les diagonales de l'hexagone concourent en  $K$  et  $aa_1$  passe par  $k_a$ ,  $bb_1$  par  $k_b$ ,  $cc_1$  par  $k_c$ .

3° Toute droite menée par l'un des points  $\alpha, \beta, \gamma$  coupe les côtés de  $ABC$  aux points  $q, r, s$  et le cercle circonscrit en  $p$ ; ces quatre points forment une division harmonique.

4° On joint un point  $p$  du cercle circonscrit aux sommets  $A, \alpha$ .

Soient  $q, r, s$  les points où  $p\alpha$  rencontre les côtés de  $ABC$ ,  $q', r', s'$  les points où  $pA$  rencontre les côtés de  $\alpha\beta\gamma$ ; les droites  $qq', rr', ss'$  se coupent sur la diagonale  $aa_1$  de l'hexagone.

5° Les droites de Simson des triangles  $ABC, \alpha\beta\gamma$

---

<sup>(1)</sup> Voir *Traité de Géométrie*, par MM. ROUCHÉ et DE COMBEROUSSE, 6<sup>e</sup> édition; Note III, *Sur la Géométrie récente du triangle*.

relatives à un même point  $p$  rectangulaires, leur point d'intersection décrit une ellipse.

6° Le foyer singulier d'une cubique cyclique est le point de Lemoine de son triangle asymptotique.

7° La polaire d'un point, par rapport à une cubique triasymptotique, n'est un cercle que si le point choisi est le point de Lemoine de son triangle asymptotique.

8° Les parallèles aux asymptotes menées par ce point déterminent sur la cubique six points qui sont sur un cercle. (Ces deux propositions ont été énoncées par M. Lemoine pour le cas où la cubique se réduit à ses asymptotes.)

II. *Extension de quelques propriétés de la droite de Simson.* — 1° Un triangle ABC étant inscrit dans une conique, on mène par ses sommets des parallèles aux directions conjuguées aux côtés opposés; ces parallèles se coupent au point H.

2° Les milieux des côtés, les milieux de AH, BH, CH et les points de rencontre de AH, BH, CH avec les côtés du triangle, sont neuf points d'une conique U homothétique à la première; son centre est le milieu de OH, le rapport d'homothétie est  $\frac{1}{2}$ .

3° Si d'un point P de la conique ABC on mène des parallèles aux droites AH, BH, CH, ces parallèles rencontrent les côtés opposés à A, B, C en trois points en ligne droite.

4° Deux points P, P', diamétralement opposés, donnent lieu à deux droites dont les directions sont conjuguées, leur point d'intersection décrit la conique U.

5° Ces droites enveloppent une quartique tricuspidale, les tangentes aux points cuspidaux sont les droites AH, BH, CH.

---