

LOUIS BOSI

Généralisation et solution de la question 1593

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 9
(1890), p. 556-558

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1890_3_9__556_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1890, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

GÉNÉRALISATION ET SOLUTION DE LA QUESTION 1593;

PAR M. LOUIS BOSI,

Professeur de Mathématiques au lycée de Chiavari (Italie).

On donne un triangle abc et deux points arbitraires p, q sur le plan abc . On trace une conique qui passe par p, q, a , elle coupe ab en c' et ac en b' . On trace une conique qui passe par p, q, b, c' , elle coupe bc en a' et la première conique en i : les points p, q, c, a', b', i sont sur une même conique.

On prend un troisième point arbitraire O sur le plan abc . La droite Oa coupe en α la conique qui passe par a . La droite Ob coupe en β la conique qui passe par b . Enfin, sur la troisième conique on a γ à sa rencontre avec Oc .

Démontrer que les points $p, q, O, \alpha, \beta, \gamma, i$ sont sur une même conique.

Soient $A = 0, B = 0, C = 0$ les équations (en coordonnées cartésiennes ou en coordonnées homogènes) des droites $ba'c, cb'a, ac'b$; $A' = 0, B' = 0, C' = 0$ celles des droites $a'p, b'p, c'p$, et $A_q, B_q, C_q, A'_q, B'_q, C'_q$ ce que deviennent les expressions A, B, C, A', B', C' , quand on y remplace les coordonnées courantes par celles du point q : appelons X la conique qui passe

par a , Y celle qui passe par b , Z la conique déterminée par les points p, q, c, a', b' .

La conique X appartient au faisceau déterminé par les points p, a, b', c' et passe par le point q ; par conséquent son équation est

$$(1) \quad BB'_q \cdot C'C_q - B'B_q \cdot CC'_q = 0 :$$

de même les coniques Y, Z qui appartiennent aux faisceaux déterminés par les points p, b, c', a' et p, c, a', b' , et passent par le point q , auront pour équations

$$(2) \quad CC'_q \cdot A'A_q - C'C_q \cdot AA'_q = 0,$$

$$(3) \quad AA'_q \cdot B'B_q - A'A_q \cdot BB'_q = 0.$$

La forme des équations (1), (2), (3) nous montre que la conique Z passe par le point i commun aux X, Y. Donc les points p, q, c, a', b', i sont sur une même conique.

Considérons maintenant le triangle Oab : la conique X passe par p, q, a et coupe aO en α et ab en c' ; Y passe par p, q, b, c' et coupe Ob en β et la première conique en i : il en résulte que les points $p, q, O, \alpha, \beta, i$ sont sur une même conique T. De même, en considérant le triangle Oac , on démontre que les points $p, q, O, \alpha, \gamma, i$ sont sur une même conique. Cette dernière conique rencontre T dans les cinq points p, q, O, α, i et par là elle doit coïncider avec T. Donc les points $p, q, O, \alpha, \beta, \gamma, i$ sont sur une même conique T.

Si nous supposons, en particulier, que p, q soient les points cycliques, les coniques X, Y, Z, T seront des circonférences : c'est le cas considéré dans la question 1593.

Si le point O est sur la droite pq , les points α, β, γ, i seront sur une même droite.

Supposons, en particulier, que p, q soient les points cycliques, c'est-à-dire que X, Y, Z soient trois circonfé-

rences : nous trouverons que trois droites parallèles quelconques tracées par les points a, b, c rencontrent respectivement les circonférences X, Y, Z en trois points α, β, γ qui sont sur une même droite avec i .

Note. — La même question a été résolue par M. Jean Dewulf, élève du lycée de Marseille; par M. Francisque Sondat, élève du lycée d'Annecy