

Agrégation des sciences mathématiques (concours de 1891)

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 9
(1890), p. 532-537

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1890_3_9__532_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1890, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES (CONCOURS DE 1891).

PROGRAMME DES QUESTIONS D'ANALYSE ET DE MÉCANIQUE
D'OU SERA TIRÉ LE SUJET D'UNE DES COMPOSITIONS ÉCRITES.

Analyse.

Étude de l'équation aux dérivées partielles du premier ordre

$$F(x, y, z, p, q) = 0$$

dans laquelle z désigne une fonction des deux variables indépendantes x, y , et où l'on a posé

$$p = \frac{\partial z}{\partial x}, \quad q = \frac{\partial z}{\partial y}.$$

Intégrale complète. Intégrale générale. Intégrale singulière dans le cas où l'une au moins des intégrales complètes représente une surface ayant une enveloppe.

Surfaces intégrales. Caractéristiques.

Méthode d'intégration de Lagrange et Charpit.

OUVRAGES A CONSULTER :

LAGRANGE. — *Mémoire sur l'intégration des équations aux différences partielles du premier ordre* (Œuvres de Lagrange, t. III, p. 549).

DARBOUX. — *Mémoire sur les solutions singulières des équations aux dérivées partielles du premier ordre* (1^{re} Partie, à l'exception des § 8, 9 et 13).

JORDAN. — *Cours d'Analyse de l'École Polytechnique*.

SERRET. — *Cours de Calcul différentiel et intégral*.

PICARD. — *Cours d'Analyse professé à la Faculté des Sciences de Paris*.

GOURSAT. — *Leçons sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre*.

Mécanique.

Équations de Lagrange. Équations canoniques. Méthode de Jacobi ramenant l'intégration d'un système canonique à la recherche d'une intégrale complète d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre.

OUVRAGES A CONSULTER :

LAGRANGE. — *Mécanique analytique*, t. I, Note VI de M. Bertrand.

JACOBI. — *Vorlesungen über Dynamik*.

MATHIEU. — *Dynamique analytique*.

DESPEYROUS. — *Cours de Mécanique*.

APPELL. — *Cours de Mécanique rationnelle*.

SUJETS DE LEÇONS.

Mathématiques élémentaires.

1. Plus grand commun diviseur et plus petit multiple commun de deux nombres entiers. (On n'emploiera pas la décomposition en facteurs premiers.)

2. Première leçon sur les nombres premiers.

3. Conversion d'une fraction ordinaire en fraction décimale. Fractions périodiques.

4. Racine carrée d'un nombre entier à moins d'une unité. Racine carrée d'un nombre quelconque avec une approximation donnée.

5. Fractions continues limitées. Applications.

6. Notions générales sur la mesure des grandeurs. Mesure du fuseau, mesure de l'aire d'un triangle sphérique.

7. Calcul de π par la méthode des isopérimètres. Exposer sommairement les autres méthodes élémentaires permettant de

résoudre la même question, et les comparer à la méthode des isopérimètres.

8. Transformation par rayons vecteurs réciproques. Applications.

9. Polyèdres semblables.

10. Division et faisceaux en involution. Applications.

11. Sphères tangentes à quatre sphères données.

12. Sphères tangentes à quatre plans.

13. Triangles sphériques. Triangles sphériques polaires réciproques. Conditions nécessaires et suffisantes pour qu'on puisse construire un triangle sphérique avec trois côtés donnés, ou avec trois angles donnés. (Pour cette leçon, on n'empruntera à la théorie des trièdres que la propriété suivante : dans un trièdre toute face est moindre que la somme des deux autres.)

14. Pôle et polaire par rapport à un cercle tracé sur une sphère. Axe radical de deux cercles. centre radical de trois cercles tracés sur une sphère. Applications.

15. Propriétés générales des polyèdres. Théorème d'Euler; applications. Nombre des conditions nécessaires pour déterminer un polyèdre.

16. Démontrer qu'une ellipse quelconque peut être considérée comme la projection orthogonale d'un cercle. Dédire de là les principales propriétés de l'ellipse.

17. Démontrer que toute section plane d'un cône à base circulaire peut être considérée comme le lieu des points d'intersection des rayons homologues de deux faisceaux homographiques. Réciproque. Application à la démonstration de quelques propriétés des coniques. (Consulter les Ouvrages suivants : CHASLES, *Traité des sections coniques*; ROUCHÉ et DE COMBEROUSSE, *Traité de Géométrie*.)

18. Division des polynômes.

19. Décomposition d'un trinôme du second degré en une somme ou en une différence de deux carrés. Application à la résolution de l'équation du second degré; séparation des racines quand elles sont réelles. (On ne supposera pas que l'équation du second degré a déjà été résolue par une autre méthode.)

20. Décomposition du trinôme $x^2 + px + q$ en un produit de facteurs réels du second degré; application à la résolution

de l'équation bicarrée. (On ne supposera pas que l'équation bicarrée ait été déjà résolue par une autre méthode.)

21. Théorème des projections. Établir les formules relatives à l'addition des arcs.

22. Vitesse dans le mouvement uniforme et dans le mouvement varié. Étude du mouvement uniformément varié.

23. Composition des mouvements. Composition des vitesses. Composition de deux mouvements rectilignes et uniformément variés.

24. Réduction à deux forces d'un système de forces appliquées à un corps solide. Conditions d'équilibre.

25. Définition et détermination de la longitude et de la latitude d'un point du globe terrestre.

26. Méthode des rabattements, des changements de plan, des rotations en Géométrie descriptive. Applications.

27. Résolution des angles trièdres. (Géométrie descriptive.)

Mathématiques spéciales.

1. Première leçon sur les déterminants.

2. Résolution d'un système de n équations du premier degré à p inconnues. Cas où les équations sont homogènes.

3. Décomposition d'une fonction homogène du second degré de n variables en une somme de carrés de fonctions linéaires homogènes des mêmes variables. En supposant ces fonctions linéaires indépendantes, trouver les conditions nécessaires et suffisantes pour que le nombre des carrés se réduise à $n - p$.

4. Fractions continues illimitées; fractions continues périodiques; développement des irrationnelles du second degré en fractions continues.

5. Première leçon sur les séries.

6. Expressions imaginaires. Calcul de ces expressions.

7. Application de la théorie des dérivées à l'étude des variations d'une fonction d'une seule variable. Exemples.

8. Définition de l'intégrale définie. Exemples.

9. Condition nécessaire et suffisante pour que deux fonctions entières d'une même variable admettent un diviseur commun. Application à l'élimination d'une inconnue entre deux équations algébriques entières et rationnelles.

10. Calcul des fonctions symétriques des racines d'une équation algébrique.

11. Transformation d'une équation algébrique dans le cas où chaque racine de l'équation cherchée doit être une fonction rationnelle d'une ou de deux racines de l'équation donnée. Exemples.

12. Abaissement des équations algébriques. Exemples.

13. Théorème de Sturm. Applications.

14. Méthode de M. Hermite pour déterminer le nombre des racines réelles d'une équation algébrique qui sont comprises entre deux limites données. (Consulter le *Cours d'Algèbre supérieure* de SERRET, t. I, 4^e édition, p. 985.)

15. Résolution algébrique de l'équation du troisième degré.

16. Les racines d'une équation algébrique du quatrième degré étant a, b, c, d , on pose

$$y = ab + cd, \quad z = a + b - c - d, \quad t = a + b;$$

montrer qu'on peut résoudre cette équation à l'aide des transformées en y , en z , ou en t . Comparer ces méthodes de résolution et développer l'une d'elles.

17. Le nombre e ne peut être racine d'aucune équation algébrique à coefficients entiers. (On pourra consulter, outre le Mémoire de M. Hermite *Sur la fonction exponentielle. Comptes rendus*, t. LXXVII, un article de M. JULES MOLK inséré au *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2^e série, t. XIV.)

18. Recherche de l'équation d'un lieu géométrique (Géométrie plane). Exemples.

19. Étude d'une courbe algébrique dans le voisinage d'un de ses points.

20. Recherche des sécantes communes à deux coniques. Application à la détermination du nombre de points réels ou imaginaires communs à ces courbes.

21. Figures polaires réciproques. Cas où la conique directrice est un cercle. Applications.

22. Théorèmes de Desargues et de Sturm. Théorèmes corrélatifs. Application à la construction des coniques.

23. Équation du plan tangent à une surface définie par les équations

$$x = f(u, v), \quad y = \varphi(u, v), \quad z = \psi(u, v).$$

Application aux surfaces réglées.

24. Un plan (P) coupe une quadrique suivant une conique à centre; former les équations des axes de cette conique et calculer les longueurs de ces axes. (On suppose que la quadrique est rapportée à des axes rectangulaires quelconques.)

25. Foyers dans les surfaces de second degré.

26. Intersection de deux quadriques dans le cas où cette ligne se décompose.

27. Intersection d'un cône et d'un cylindre dans le cas où la section a des branches infinies (Géométrie descriptive).