M. D'OCAGNE

Addition à une note sur une application des coordonnées parallèles

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 9 (1890), p. 471-472

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1890_3_9__471_1>

ADDITION A UNE NOTE SUR UNE APPLICATION DES COORDONNÉES PARALLÈLES

(3e série, t. VIII, p. 568),

PAR M. M. D'OCAGNE.

Si nous rapportons la figure à un système cartésien en prenant pour origine le milieu O de AB, pour axe des x la droite OA prolongée, pour axe des y la perpendiculaire à celle-ci menée par O, nous voyons que les formules de transformation sont

$$p = \frac{d - 2x}{2dy}, \qquad q = \frac{d + 2x}{2dy}.$$

Portant ces valeurs de p et de q dans les expressions (11) et (12) de u et v, on arrive à mettre celles-ci, après une série de réductions dont nous supprimons le détail, sous la forme

$$u = y + \frac{dhk}{k-h} - \frac{1}{h}\left(x - \frac{d}{2}\,\frac{k-h}{k-h}\right),$$
$$v = y + \frac{dhk}{k-h} - \frac{1}{k}\left(x - \frac{d}{2}\,\frac{k+h}{k-h}\right).$$

Si, en conservant la direction des axes, nous transportons l'origine au point O′, dont les coordonnées sont

$$x = \frac{d}{2}\,\frac{k+h}{k-h}, \qquad y = -\frac{dhk}{k-h},$$

nous avons les formules très simples

$$u = y' - \frac{x'}{h},$$

$$v = y' - \frac{x'}{k},$$

qui permettent de passer aisément de l'équation en u et v de la courbe proposée à celle en x' et y' de la transformée.

Lorsque le triangle MNP est à la fois rectangle en P et isoscèle, $h = -1$, $k = 1$, et l'on a

$$u = y' + x',$$
$$v = y' - x',$$

ou, en faisant tourner les axes de 45°,

$$u = x''_1 \sqrt{2},$$
$$v = y''_1 \sqrt{2};$$

par suite, à un facteur constant près, les coefficients des termes du même degré sont les mêmes dans l'équation en u et v de la courbe proposée et dans l'équation en x'' et y'' de la courbe transformée. Cette remarque rend évidente la proposition par laquelle se terminait notre Note.