

H.-P. DU MOTEL

Note de géométrie descriptive

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 9
(1890), p. 46-49

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1890_3_9__46_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1890, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

NOTE DE GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE ;

PAR M. H.-P. DU MOTEL,

Ancien élève de l'École Polytechnique.

Nous nous proposons de résoudre, à l'aide de la règle et du compas, la question suivante :

Mener un plan tangent à l'hyperboloïde réglé par une droite donnée (ou construire une droite s'appuyant sur quatre autres).

Nous savons qu'il suffit de déterminer les points de rencontre de la droite avec l'hyperboloïde.

Nous supposons l'hyperboloïde défini par trois génératrices de même système.

Commençons par rendre une de ces génératrices verticale par des changements de plan. Puis, dans ce système, déterminons les génératrices qui ont leur projection horizontale parallèle à celle de la droite donnée.

Pour plus de netteté dans l'épure et dans le langage,

nous traçons en traits pleins les génératrices d'un système, en traits mixtes celles de l'autre. Nous désignons deux génératrices parallèles par la même lettre, sans indice pour la génératrice trait plein, avec l'indice 1 pour la génératrice trait mixte.

Soient alors :

DD' la droite donnée ;

AA' et $A_1 A'_1$ les génératrices verticales de l'hyperboloïde ; BB' et $B_1 B'_1$ les génératrices dont la projection horizontale est parallèle à D ;

CC' une autre génératrice.

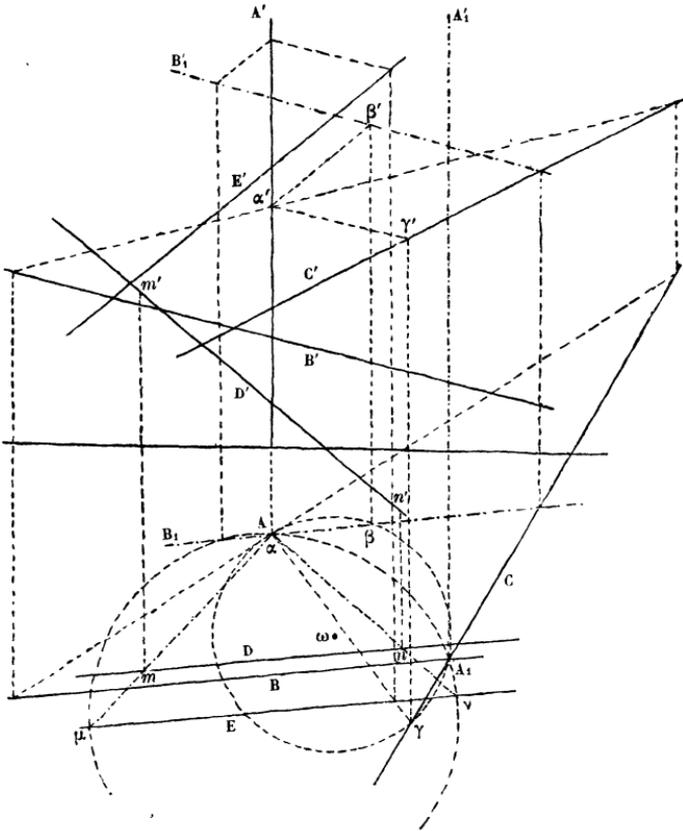
Par la droite DD' menons une quadrique, dont la définition sera complétée par les génératrices AA' et BB' . Les trois génératrices choisies étant parallèles à un même plan, cette surface auxiliaire sera un parabolôïde. Il a en commun avec l'hyperboloïde deux génératrices de même système AA' et BB' ; il le coupe donc en outre suivant deux génératrices de l'autre système, dont les points de rencontre avec DD' sont les points cherchés. Pour trouver ces deux génératrices, nous chercherons leur point de rencontre avec une autre génératrice trait plein EE' du parabolôïde, convenablement choisie : ce qui revient à remplacer DD' par EE' dans le problème.

Nous choisirons EE' de la manière suivante :

Soit un cylindre vertical ayant pour base dans le plan horizontal un cercle quelconque ω passant par A et A_1 . Il coupe l'hyperboloïde suivant ses deux génératrices verticales et une seconde courbe plane Σ projetée horizontalement suivant le cercle considéré, et dont le plan $\alpha\beta\gamma\alpha'\beta'\gamma'$ est facile à déterminer. Or ce plan coupe le plan vertical B_1 suivant une droite $\alpha\beta\alpha'\beta'$ et il existe sur notre parabolôïde auxiliaire une génératrice trait

plein parallèle à cette droite. C'est cette génératrice, facile à construire, que nous prenons pour EE' .

Alors, pour trouver les rencontres de EE' avec l'hyperboloïde, nous menons par cette droite un plan auxi-



liaire parallèle au plan $\alpha\beta\gamma\alpha'\beta'\gamma'$. Il coupe la surface suivant une conique homothétique de Σ , et dont, par suite, la projection horizontale est aussi un cercle. Du reste, ce cercle passe par le point A et A_1 . Il suffit donc d'en déterminer un troisième point, et pour cela de

prendre l'intersection du plan auxiliaire avec une génératrice quelconque de l'hyperboloïde, $B_1 B'_1$ par exemple. Ce cercle coupe E en deux points, μ et ν . Il suffit de joindre $A\mu$ et $A\nu$ qui coupent D aux projections horizontales, m et n , des points cherchés.

(Pour ne pas embrouiller l'épure, nous n'avons pas reproduit les constructions qui servent à trouver la droite EE' , une fois sa direction connue.)