

AUDIBERT

Solution de la question 1592

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 9
(1890), p. 374-375

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1890_3_9__374_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1890, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 1392;

PAR M. AUDIBERT.

D'un point M du plan d'une ellipse, on abaisse les quatre normales dont les pieds sont A_1, A_2, A_3, A_4 . Chaque normale, telle que MA_1 , rencontre le grand axe en P_1 et le petit axe en Q_1 . Démontrer les relations

$$(1) \quad \frac{MA_1}{A_1P_1} + \frac{MA_2}{A_2P_2} + \frac{MA_3}{A_3P_3} + \frac{MA_4}{A_4P_4} = \text{const.}$$

$$(2) \quad \frac{MA_1}{A_1Q_1} + \frac{MA_2}{A_2Q_2} + \frac{MA_3}{A_3Q_3} + \frac{MA_4}{A_4Q_4} = \text{const.}$$

(BARISIEN.)

Désignons par (x, y) les coordonnées du point A_1 , par (α, β) celles du point M, et enfin par I_1 et B_1 les projections de A_1 sur l'abscisse et l'ordonnée du point M. Les triangles rectangles semblables $MA_1B_1, P_1A_1I_1$ donnent les proportions

$$(3) \quad \frac{MA_1}{A_1P_1} = \frac{\alpha - x}{x - OP_1} = \frac{\beta - y}{y}.$$

D'ailleurs, en faisant $y = 0$ dans l'équation de la normale A_1P_1 , on voit que $OP_1 = \frac{\alpha^2 - b^2}{a^2} x$.

Cela posé, si l'on égale à ρ les rapports (3) et si l'on élimine x et y entre les deux relations ainsi obtenues et l'équation de l'ellipse, on obtient l'équation

$$\rho^4 + \frac{2(a^2 + b^2)}{b^2} \rho^3 + \dots = 0,$$

et, comme les racines de cette équation sont les valeurs des quatre rapports (1), on voit que la somme de ces rapports est constante et égale à $\frac{2(a^2 + b^2)}{b^2}$.

La démonstration de la relation (2) est tout à fait analogue.

N. B. — MM. Pellegrin et Reval nous ont adressé des solutions peu différentes de celle qui précède.