NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Concours général de 1889

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 9 (1890), p. 351-352

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1890_3_9__351_1>

CONCOURS GÉNÉRAL DE 1889.

Mathématiques élémentaires.

Soient a et b ($a \geqq b$) les rayons de deux cercles situés dans un même plan, et soit d la distance des centres A et B de ces cercles.

On fait mouvoir une portion de droite PQ, de longueur l, de façon que l'extrémité P reste sur la circonférence du cercle de rayon a et que l'extrémité Q reste sur la circonférence du cercle de rayon b. Soient, pour une position de la droite PQ, α l'angle PAB et β l'angle QBX, BX étant le prolongement de AB au delà de B dans le sens AB.

Former l'équation qui lie les angles variables de α et β à a, b, d, l, et déduire de cette équation les limites entre lesquelles peut varier chacun des angles α et β.

Discuter le problème et trouver, réduites au plus petit nombre possible, les conditions que doivent remplir les données :

1° Pour que chacun des points P et Q puisse parcourir toute la circonférence sur laquelle il se meut;

2° Pour que l'un de ces deux points, seul, puisse parcourir toute la circonférence sur laquelle il se meut;

3° Pour que chacun des deux points ne puisse parcourir qu'une portion de circonférence;

4° Pour qu'une droite, de longueur l, ne puisse être placée de façon à avoir une extrémité sur chacune des circonférences données.

Philosophie.

1. Construire un triangle ABC, connaissant les longueurs b et c des côtés AC, AB, et la longueur l de la partie de la droite BC qui est comprise entre les bissectrices des angles formés par les droites AB et AC.

Les longueurs b et c étant supposées invariables, et la première étant supposée supérieure à la seconde, entre quelles limites doit être comprise la longueur l pour que le problème soit possible?

2. On donne deux droites RR′, SS′ non situées dans un même plan, et l'on mène le plan P parallèle à ces deux droites et équidistant de l'une et de l'autre. Trouver le lieu des centres de toutes les sphères tangentes à la fois aux deux droites données et ayant leurs cercles dans le plan P.

Enseignement secondaire spécial.

La droite Az est l'axe d'une parabole inconnue dont le sommet est A; deux points M et M′ de cette courbe se projettent sur Az aux points donnés N et N′; on a

$$AN = a, \qquad AN' = a' :$$

1° Construire le point P où la corde MM′ rencontre Az; réciproquement, construire le sommet A connaissant N, N′ et P.

2° On considère en particulier la parabole du sommet A qui admet pour normale en M la corde inconnue MM′; on lui mène, par le point M, une autre normale; soit R le point d'incidence. Calculer la distance du sommet A à la projection S de R sur Az; discuter.

3° Prouver que, si MR et MR′ sont deux normales aux points R et R′, issues du point M de la courbe, le système pesant, formé par la parabole et par des poids égaux appliqués en M, R, R′, et supposé mobile autour de Az, droite horizontale et fixe, est en équilibre indifférent.