

Concours d'admission à l'École centrale en 1889

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 9
(1890), p. 346-351

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1890_3_9__346_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1890, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE CENTRALE EN 1889.

PREMIÈRE SESSION.

Géométrie analytique.

Soient Ox , Oy deux axes rectangulaires et une droite LL' parallèle à Oy dont l'équation est $x - a = 0$. On considère le faisceau des paraboles qui passent par le point O et qui ont la droite LL' pour directrice.

1° Trouver le lieu du foyer et le lieu du sommet de chacune de ces paraboles.

2° Par un point quelconque du plan xOy passent deux des paraboles considérées, réelles ou imaginaires; déterminer la région du plan dans laquelle doit être ce point pour que les deux paraboles soient réelles.

3° Étant données les coordonnées d'un point M du plan xOy , former l'équation qui a pour racines les coefficients angulaires des tangentes au point O aux deux paraboles du faisceau considéré qui passent par ce point M . En déduire l'équation de la ligne S sur laquelle doit se trouver le point M pour que les tangentes au point O aux deux paraboles du faisceau qui passent au point M soient rectangulaires.

4° Soit M un point situé sur la ligne S , et soit F , F' les foyers des deux paraboles du faisceau considéré qui passent par ce point, démontrer que, lorsque le point M se déplace sur la ligne S , la droite FF' tourne autour d'un point fixe.

Calcul trigonométrique.

On donne deux côtés b et c d'un triangle, ainsi que l'angle A qu'ils comprennent :

$$b = 87^{\circ}253,37.$$

$$c = 99^{\circ}467,95.$$

$$A = 39^{\circ}9'19'',8.$$

On demande de calculer les angles B et C, le côté α , l'aire du triangle et le rayon du cercle circonscrit.

Épure.

Intersection d'un cône et d'un cylindre.

Placer la ligne de terre parallèlement aux grands côtés du cadre, à 171^{mm} du grand côté supérieur.

Le sommet (SS') du cône est à 81^{mm} au-dessus du plan horizontal et à 12^{mm} en avant du plan vertical: la ligne de rappel SS' est à 93^{mm} à partir du côté droit du cadre.

Ce cône est circonscrit à une sphère dont le centre (OO') est à 81^{mm} au-dessus du plan horizontal et à 39^{mm} en avant du plan vertical; la ligne de rappel OO' est à 147^{mm} à partir du côté droit du cadre et la sphère est tangente au plan de front qui passe par le sommet du cône. On ne considère que la nappe du cône qui s'étend du sommet vers le côté gauche du cadre.

Le cylindre est de révolution, et son axe, parallèle à la ligne de terre, est à 54^{mm} au-dessus du plan horizontal et à 48^{mm} en avant du plan vertical; ce cylindre passe par le sommet du cône.

On demande de représenter par ses deux projections le cylindre supposé plein et limité, d'une part au plan de profil ss', d'autre part au côté gauche du cadre, en supprimant la partie de ce corps comprise dans le cône.

On indiquera à l'encre rouge les constructions employées pour déterminer :

1° Un point quelconque de l'intersection des deux surfaces et la tangente en ce point :

2° Les points de l'intersection situés sur les contours apparents des deux surfaces;

3° La tangente en (ss') à l'intersection :

4° L'asymptote de l'intersection :

Titre extérieur : intersection de surfaces.

Titre intérieur : cylindre troué par un cône.

Physique.

1° Deux arcs pareils, de forme quelconque AB, BC, forment une voûte symétrique en s'articulant aux points A, B, C, qui servent d'axe de rotation.

La distance AB reste invariablement égale à 116^m; le point C est à 45^m de l'horizontale AB.

Calculer la variation de niveau du point C lorsque la température s'élève de 45°, et la comparer à la variation de longueur d'une tige de fer de 45^m de longueur?

Coefficient de dilatation du fer : $k = 0,0000118$.

2° Établir (sans la discuter) la formule élémentaire des miroirs sphériques concaves.

Chimie.

1° On met dans un eudiomètre à mercure 50^{cc} d'un gaz sulfuré avec 100^{cc} d'oxygène sec.

On enflamme, il se dépose de l'eau sur les parois de l'eudiomètre et il reste un résidu de 75^{cc}.

Dans ce résidu on place un bâton de phosphore qui absorbe 25^{cc} d'oxygène.

Les 50^{cc} qui forment le résidu final sont constitués par un gaz soluble dans l'eau, éteignant les corps en combustion, absorbable par le permanganate de potasse, qui est alors décoloré.

On demande de déduire de ces expériences la *formule* du gaz primitif.

2° *Du cyanogène.* — Sa préparation, ses propriétés; les relations qui existent entre le cyanogène, ses composés, et les sels ammoniacaux.

SECONDE SESSION.

Géométrie descriptive.

Intersection d'un tore et d'un cône.

Placer la ligne de terre parallèlement aux petits côtés du cadre, à 180^{mm} du petit côté supérieur.

L'axe du tore est vertical et se projette en O à égale distance des grands côtés du cadre et à 145^{mm} en avant de la ligne de terre.

Le centre du tore est à 50^{mm} au-dessus du plan horizontal.

Le centre du cercle générateur du tore est à 85^{mm} de l'axe et le rayon de ce cercle est de 45^{m} .

Le sommet du cône est sur l'axe du tore à 135^{mm} au-dessus du plan horizontal. La directrice du cône est la section faite dans le tore par un plan perpendiculaire à la ligne de terre et situé à droite de l'axe à une distance de cet axe égale à 85^{mm} .

On demande de représenter par ses deux projections le tore supposé plein, en supprimant la portion de ce corps comprise à l'intérieur du cône.

On indiquera à l'encre rouge les constructions employées pour déterminer un point quelconque de l'intersection des deux surfaces et la tangente en ce point.

Titre extérieur : Intersection de surfaces.

Titre intérieur : Tore troué par un cône.

Géométrie analytique.

1. Démontrer que les coniques représentées par l'équation

$$(A) \quad (1 - m^2)x^2 + y^2 + 2mrx - r^2 = 0,$$

où l'on suppose m variable, ont deux points communs et que, si les axes de coordonnées sont rectangulaires, elles ont en outre un foyer commun.

2. Trouver l'équation (B) de la conique assujettie aux conditions suivantes : passer par l'origine, être tangente à une des coniques représentées par (A) en un point $P(x', y')$ pris sur cette courbe, et enfin passer par les deux projections du point P sur les axes de coordonnées.

3. Trouver le lieu des points de contact, avec les courbes représentées par (A), des tangentes issues d'un point

$$x = 0, \quad y = h$$

de l'axe des y lorsqu'on fait varier m .

4. Trouver le lieu des centres des courbes (B) correspondant à une courbe fixe (A) quand on fait varier la position du point P sur cette courbe.

3. Discuter l'équation (B) en supposant que l'on déplace le point P sur une des courbes représentées par l'équation (A): séparer les parties qui répondent à des ellipses de celles qui répondent à des hyperboles, et trouver le lieu des points de séparation lorsque l'on fait varier m .

Calcul trigonométrique.

On donne deux côtés a , b d'un triangle et l'angle compris c ,

$$a = 34543,74,$$

$$b = 25674,67,$$

$$c = 121^{\circ} 43' 55'' 7.$$

Calculer les deux autres angles, le troisième côté, la surface et le rayon du cercle inscrit.

Physique.

1. On veut construire un thermomètre centigrade à mercure dont l'échelle comporte 300°C .

On emploie, comme tige, un tube capillaire déjà divisé en 360 parties d'égale capacité et l'on sait qu'une colonne de mercure à 0° occupant 25 divisions du tube pèse $1^{\text{gr}}, 2$.

On demande quel doit être le volume intérieur du réservoir qu'il faut souder sur la tige, pour que les 360 divisions déjà tracées sur le tube correspondent à 300°C . de l'échelle.

On donne le coefficient de la dilatation apparente du mercure dans le verre $\gamma = \frac{1}{6180}$ et la densité du mercure $\Delta = 13,596$.

2. Énoncer et vérifier expérimentalement les lois de la réfraction simple.

Chimie.

1. Transformations allotropiques, combinaisons, décompositions produites par l'action des étincelles et des effluves électriques.

2. Un courant d'un ampère décompose $0^{\text{mm}},09316$ d'eau à la seconde.

Quel sera le nombre de centimètres cubes de gaz, mesurés à la température de 0° et sous la pression de 760^{mm} de mercure, dégagés par un courant d'un ampère pendant une minute ?