

L. LEFEVRE

Intersection d'une droite et de la surface réglée définie par trois directrices rectilignes

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 8
(1889), p. 389-391

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1889_3_8_389_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1889, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

INTERSECTION D'UNE DROITE ET DE LA SURFACE RÉGLÉE DÉFINIE PAR TROIS DIRECTRICES RECTILIGNES;

PAR M. L. LEFEVRE,

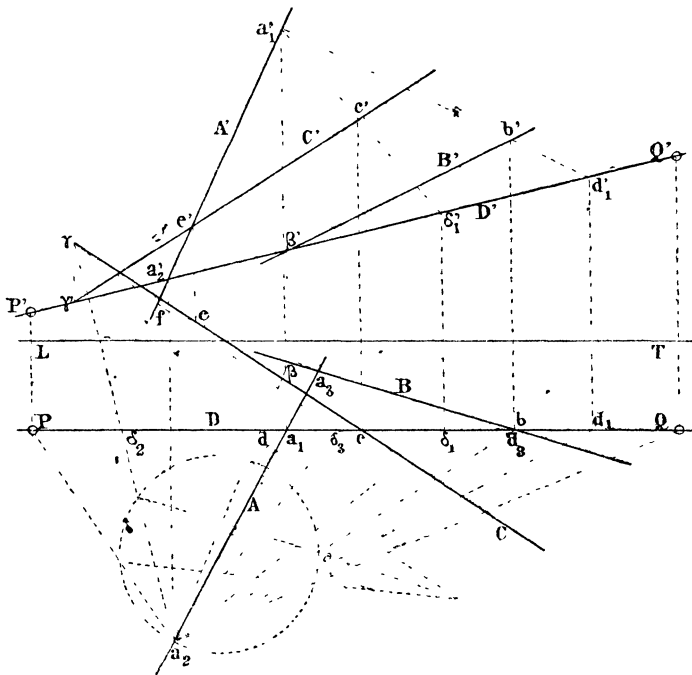
Professeur de Mathématiques spéciales au lycée d'Amiens.

Des droites variables $G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, \dots$ rencontrent trois droites fixes A, B, C respectivement aux points $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots; b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, \dots; c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, \dots$. Je dis que ces trois séries de points sont homographiques deux à deux. Il suffit, pour cela, d'établir l'égalité des rapports anharmoniques, tels que (b_1, b_2, b_3, b_4) et (c_1, c_2, c_3, c_4) ; c'est ce qu'on reconnaît immédiatement en coupant B et C par les plans menés par A et chacune des génératrices G_1, G_2, G_3, G_4 .

Cette remarque va nous permettre d'obtenir les points d'intersection d'une droite donnée D avec la surface engendrée par les droites G, ce qui revient à trouver une droite G s'appuyant sur D. On est conduit à considérer les deux hyperboloïdes définis par les directrices A, B,

D et A, C, D. Les génératrices du premier coupent A et D en des points $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, d_1, d_2, d_3, d_4, \dots$; celles du second en des points $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \dots$.

Or, d'après ce qui précède, les deux divisions tracées sur D : $d_1, d_2, d_3, d_4, \dots, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \dots$, sont ho-



mographiques à $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$; elles sont donc homographiques entre elles. Les points doubles P et Q de cette homographie sont les points cherchés, puisque par chacun de ces points passe une droite qui s'appuie à la fois sur A, B, D et sur A, C, D, c'est-à-dire sur A, B, C, D.

Pour définir une homographie, trois couples suffisent.

Donc, par trois points quelconques a_1, a_2, a_3 de A, on mènera les droites qui s'appuient sur B et D et celles qui s'appuient sur C et D : on aura ainsi les trois couples $d_1\delta_1, d_2\delta_2, d_3\delta_3$.

Dans l'épure, on a placé a_1 à l'intersection de A et du plan projetant D horizontalement, puis on a coupé B et C par ce plan, ce qui donne aisément d_1 et δ_1 . On place a_2 à l'intersection de A et du plan projetant D verticalement, d'où d_2, δ_2 . On prend a_3 au point d'intersection de A et du plan projetant B horizontalement; ce plan contenant a_3 et B coupe D au point d_3 . Enfin on mène par a_3 une droite qui coupe C; on prend celle dont la projection verticale est A' , elle coupe C en e, e' : sa projection horizontale est a_3e . Le plan passant par cette droite et par C coupe D en δ_3 .

Quant à la construction des points doubles, elle se fait très simplement à l'aide d'un cercle que l'on peut faire passer par a_2 pour simplifier (voir *Géométrie* de MM. Rouché et de Comberousse, 1119).