

WEILL

Applications des propriétés projectives des coniques

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 7
(1888), p. 429-430

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1888_3_7__429_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1888, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

APPLICATIONS DES PROPRIÉTÉS PROJECTIVES DES CONIQUES;

PAR M. WEILL.

I. Deux coniques passent par A, B, C, D et touchent une droite en H et K; une troisième conique passant par A, B, C, D rencontre la droite en deux points P et Q qui forment avec H et K une division harmonique; d'où l'on conclut : trois coniques étant inscrites à un quadrilatère, si en un point commun à deux d'entre elles on mène les tangentes à ces deux courbes, ces tangentes forment un faisceau harmonique avec les tangentes menées de ce même point à la troisième. Prenant pour l'une des quatre tangentes la droite de l'infini, on a le résultat suivant :

Si, par le foyer d'une parabole tangente à trois droites, on fait passer les deux paraboles qui touchent ces trois droites, elles se coupent à angle droit au point considéré.

Soit donc M un point du cercle circonscrit au triangle formé par les trois droites : les deux paraboles qui passent en M et touchent les trois droites se coupent à angle droit au point M. On peut remarquer que les trois autres points de rencontre des paraboles décrivent trois coniques distinctes quand M se meut sur le cercle, et que les points de rencontre des côtés opposés et le

point de rencontre des diagonales du quadrilatère qui a pour sommets les quatre points sont **trois points** fixes.

II. Soit PCD un triangle conjugué par rapport à une conique. Inscrivons une conique ω dans le triangle PCD; on sait qu'on peut alors inscrire dans la première conique un triangle RST conjugué par rapport à la seconde; prenons la droite CD pour droite de l'infini, nous aurons le résultat suivant : le foyer d'une parabole conjuguée à un triangle coïncide avec le centre d'une hyperbole équilatère circonscrite au triangle; en d'autres termes, *le lieu des foyers des paraboles conjuguées à un triangle est le cercle des neuf points du triangle*. Ce résultat a été énoncé par Painvin (*Nouvelles Annales*, p. 443; année 1867).

III. Faisons passer une conique par les sommets d'un triangle PCD conjugué par rapport à une deuxième conique : on sait qu'on peut circonscrire à cette deuxième conique un triangle qui soit conjugué par rapport à la première; considérons ce triangle comme fixe, et prenons la droite CD pour droite de l'infini, nous aurons le résultat suivant :

Le lieu des centres des hyperboles équilatères inscrites dans un triangle est le cercle conjugué à ce triangle.

Ce théorème est bien connu.
