Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 7 (1888), p. 302-303

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1888_3_7__302_1>

CORRESPONDANCE.

Extrait d'une Lettre adressée à M. Brisse par un Abonné.

Permettez-moi de vous signaler une erreur qui s'est glissée dans la rédaction d'un article dû à M. J. Collin, « Sur le théorème de Rolle », paru dans les *Nouvelles Annales* du mois de juin 1887.

La deuxième partie du théorème II donné par M. Collin, à savoir « que pour $x = \pm\infty$ les polynômes $f(x,y)$ et f'_x soient de signes contraires l'un de l'autre », me paraît inexacte.

Si l'on applique, en effet, ce théorème à l'équation complète du troisième degré $x^3 + px^2 + qx + r = 0$, on arrive à ce fait que cette équation ne peut avoir ses trois racines réelles si p est différent de o; ce qui, énoncé sous une autre forme, montrerait que l'équation du troisième degré ne peut jamais avoir ses trois racines réelles.

Cette seconde partie est d'ailleurs contredite par la troisième du même théorème. En effet, f'_x et f'_y sont généralement du même degré; les racines de f'_y devant être séparées par celles de f'_x, il en résulte qu'il y a une racine de f'_x qui est ou bien inférieure à la plus petite racine de f'_x, ou bien supérieure à la plus grande; par exemple, inférieure à la plus petite a'. Dès lors, pour $x = a' - \varepsilon$ et $x = -\infty$, f'_y n'aura pas le même signe; il en est de même de $f(x, y)$ si $f = 0$ a toutes ses racines réelles. Donc, puisque pour $x = a' - \varepsilon$, f'_y et $f(x, y)$ ont le même signe, ces polynômes auront encore le même signe pour $x = -\infty$. Ce qui montre la fausseté de la deuxième partie du théorème en question.

Si l'on veut appliquer ce théorème II, le plus simple, je crois, sera de vérifier s'il y a une racine de $f(x) = 0$ comprise entre $-\infty$ et la plus petite racine de f'_x, et une autre entre la plus grande de f'_x et $+\infty$.