

CH. BIOCHE

Sur les minima de sommes de termes positifs dont le produit est constant

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 7
(1888), p. 287-288

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1888_3_7__287_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1888, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

**SUR LES MINIMA DE SOMMES DE TERMES POSITIFS
DONT LE PRODUIT EST CONSTANT;**

PAR M. CH. BIOCHIE,
Professeur au lycée de Douai.

Le théorème sur le maximum d'un produit de facteurs positifs dont la somme est constante a une réciproque relative au minimum de la somme des termes positifs dont le produit est constant. Pour démontrer cette réciproque il y a, je crois, avantage à se servir de la remarque suivante.

Le théorème sur le maximum d'un produit de n facteurs positifs $x, y, z, \dots$, lorsque

$$x + y + z + \dots = a,$$

se traduit par l'inégalité

$$xyz \dots \leq \left(\frac{a}{n}\right)^n,$$

qu'on peut écrire

$$xy\bar{z}\dots \leq \left(\frac{x+y+\bar{z}+\dots}{n} \right)^n,$$

l'inégalité se transformant en égalité si $x = y = \bar{z} \dots$.
 Cette inégalité exprime à la fois :

1° Que, si la somme est donnée, le produit a un maximum ;

2° Que, si le produit est donné, la somme a un minimum dans le cas de l'égalité des facteurs.

On a de même

$$x^m y^n \bar{z}^p \leq \left(\frac{x+y+\bar{z}}{m+n+p} \right)^{m+n+p} \times m^m \times n^n \times p^p,$$

qui donne le minimum de $x+y+\bar{z}$ si $x^m y^n \bar{z}^p$ est constant, ce minimum ayant lieu lorsque

$$\frac{x}{m} = \frac{y}{n} = \frac{\bar{z}}{p}.$$