

A. AURIC

Problème

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 7
(1888), p. 198-199

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1888_3_7__198_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1888, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

PROBLEME;

PAR M. A. AURIC,

Élève ingénieur des Ponts et Chaussées.

Soient n aiguilles tournant autour du même axe, dans le même sens, avec des vitesses p fois plus grandes l'une que l'autre.

Nous voulons déterminer une position de ces n aiguilles, telle qu'il soit possible de les permuter circulairement.

Adoptons le système de numération de base p ; la position des aiguilles est complètement déterminée par la fraction de circonférence décrite par l'aiguille qui tourne le plus lentement.

Considérons la fraction périodique

$$0, \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_m \dots \alpha_n \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_m \dots \alpha_n \alpha_1 \alpha_2 \dots,$$

où $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m, \dots, \alpha_n$ sont des entiers tous plus petits que la base p .

Je dis que, pour cette position des aiguilles, on pourra les permuter circulairement.

En effet, la $m^{\text{ième}}$ aiguille, par exemple, a décrit un arc exprimé en circonférences par

$$\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_{m-1}, \alpha_m \dots \alpha_n \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_m \dots \alpha_n \alpha_1 \alpha_2 \dots;$$

autrement dit, cette aiguille a fait un nombre entier de tours, plus la fraction de circonférence

$$0, \alpha_m \dots \alpha_n \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_m \dots \alpha_n \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_m \dots$$

Cette expression montre que l'on pourra permuter circulairement toutes les aiguilles, car elle est indépendante de l'aiguille que l'on considère.

Nous aurons donc autant de positions qu'il y a de nombres d'au plus n chiffres dans le système de numération p , soit p^n .

En particulier, si $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n$, la fraction de circonférence décrite sera la même pour toutes les aiguilles; autrement dit, elles sont toutes confondues.

Considérons l'aiguille des heures et celle des minutes d'une montre ordinaire: ici $p = 12$, et toutes les positions données par la fraction

$$0, \alpha \beta \alpha \beta \alpha \beta \dots$$

représentent des positions que l'on peut intervertir; α et β sont plus petits que 12 et sont exprimés: α en heures et β en 5^m.
