

F. GOMES TEIXEIRA

Exemples de fonctions à espaces lacunaires

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 6
(1887), p. 43-44

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1887_3_6__43_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1887, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

EXEMPLES DE FONCTIONS A ESPACES LACUNAIRES;

PAR M. F. GOMES TEIXEIRA,

Professeur à l'École Polytechnique de Porto.

Le but de cette Note est de donner quelques exemples très simples de fonctions à espaces lacunaires.

Considérons premièrement la fonction $f(z)$ définie par la série

$$F(z) = \frac{1}{z-a} + (z-a-1) \left[\frac{1}{(z-a)^2} + \frac{1}{(z-a)^3} + \dots \right],$$

où $F(z)$ représente une fonction continue sur tout le plan. Si le module de $z-a$ est plus grand que l'unité, nous avons

$$f(z) = F(z);$$

si le module de $z - a$ est plus petit que l'unité, nous avons

$$f(z) = \infty.$$

Donc la série précédente représente une fonction continue sur tout le plan, admettant comme espace lacunaire le cercle dont le centre est le point d'affixe a et dont le rayon est égal à l'unité.

De la même manière, la somme

$$f(z) = U_1 + U_2 + \dots + U_n,$$

où

$$U_n = F_n(z) - \frac{1}{z - a_n} + (z - a_n - 1) \left[\frac{1}{(z - a_n)^2} + \frac{1}{(z - a_n)^3} + \dots \right]$$

et $F_1(z), F_2(z), \dots$ représentent des fonctions continues, est égale à

$$F_1(z) + F_2(z) + \dots + F_n(z)$$

si les modules de $z - a_1, z - a_2, \dots, z - a_n$ sont plus grands que l'unité; et est égale à l'infini si quelqu'un de ces modules est plus petit que l'unité. Donc $f(z)$ est une fonction continue sur tout le plan, admettant comme espaces lacunaires les cercles dont les centres sont les points d'affixes $a_1, a_2, \dots, a_n$, et dont les rayons sont égaux à l'unité. En disposant convenablement les centres des cercles, on peut former les espaces lacunaires les plus variés.

Si $n = \infty$ et si la série

$$U_1 + U_2 + \dots + U_n + \dots$$

est convergente, on obtient une fonction avec un nombre infini d'espaces lacunaires.
