

WEILL

Sur les courbes unicursales

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 6
(1887), p. 205-207

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1887_3_6__205_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1887, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SUR LES COURBES UNICURSALES;

PAR M. WEILL.

Les équations

$$x = \frac{a\lambda^p + b\lambda^{p-1} + \dots}{a'\lambda^p + b'\lambda^{p-1} + \dots}, \quad y = \frac{k\lambda^p + l\lambda^{p-1} + \dots}{a'\lambda^p + b'\lambda^{p-1} + \dots},$$

qui définissent une courbe unicursale de degré p , peuvent s'écrire

$$x = \frac{a}{a'} + \sum \frac{A}{\lambda - \alpha}, \quad y = \frac{k}{a'} + \sum \frac{B}{\lambda - \alpha}.$$

Transportons l'origine des coordonnées au point de coordonnées

$$x_1 = \frac{a}{a'}, \quad y_1 = \frac{k}{a'}$$

et qui appartient à la courbe. Considérons les deux droites définies par les équations

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\lambda}{\lambda - \beta}, & \tau &= \frac{B}{\lambda - \alpha}, \\ \xi' &= \frac{A_1}{\lambda - \alpha}, & \tau' &= \frac{B_1}{\lambda - \beta}, \end{aligned}$$

si l'on prend sur chacune de ces droites un point correspondant à une valeur donnée de λ , on obtiendra deux points variables, et la droite qui joint ces deux points passera, quel que soit λ , par un point fixe P_1 . A deux quelconques des racines α, β combinées entre elles correspondra un point fixe tel que P_1 ; on forme ainsi un système de p droites fixes passant par l'origine, et parallèles aux asymptotes de la courbe donnée; un polygone variable a chacun de ses sommets sur une de ces droites; la variation de ce polygone est déterminée par la condition que ses côtés et diagonales intérieures pivotent autour de pôles fixes; on prend le centre G des moyennes distances de ces sommets et l'on joint ce point au point O intersection des droites fixes; enfin on prend sur OG un point M tel que $\frac{OG}{OM} = \frac{1}{p}$; le point M décrit la courbe unicursale considérée. On peut donc énoncer le résultat suivant : si l'on considère dans un plan p droites fixes concourantes et $(p - 1)$ points fixes quelconques, la courbe unicursale la plus générale de l'ordre p est décrite par le centre des moyennes distances des sommets d'un polygone variable dont les sommets décrivent les droites pendant que $(p - 1)$ côtés consécutifs passent par les points fixes. Réciproquement,

étant donnée une courbe unicursale, il serait intéressant d'étudier la position des pôles fixes, leurs relations géométriques avec la courbe; mais les résultats ne paraissent pas assez simples pour être indiqués.