

WEILL

Sur une équation différentielle

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 6
(1887), p. 204-205

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1887_3_6__204_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1887, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SUR UNE ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE;

PAR M. WEILL.

Soit une variable x et une constante k . Posons

$$y = x + \frac{k}{x} \quad \text{et} \quad V_p = x^p + \frac{k^p}{x^p}.$$

On aura

$$V_p = y V_{p-1} - k V_{p-2}.$$

Cette relation permet de calculer la fonction V_p , considérée comme un polynôme en y ; il est facile de former une équation différentielle du second ordre, à laquelle satisfait cette fonction. On a

$$\begin{aligned}\frac{dV_p}{dx} &= p x^{p-1} - p k^p x^{-p-1}, \\ \frac{d^2 V_p}{dx^2} &= p[(p-1)x^{p-2} + k^p(p+1)x^{-p-2}] = \frac{p^2}{x^2} V_p - \frac{1}{x} \frac{dV_p}{dx}, \\ \frac{dV_p}{dx} &= \frac{dV_p}{dy} \left(1 - \frac{k}{x^2}\right), \\ \frac{d^2 V_p}{dx^2} &= \frac{d^2 V_p}{dy^2} \left(1 - \frac{k}{x^2}\right)^2 + \frac{2k}{x^3} \frac{dV_p}{dy};\end{aligned}$$

d'où, en désignant par V la fonction de y ,

$$\frac{d^2 V}{dy^2} (y^2 - 4k) + y \frac{dV}{dy} - p^2 V = 0.$$

Cette équation permet de calculer facilement le polynôme V . En faisant $k=1$, on retrouve des résultats très connus. Le polynôme V_p est égal à la somme des $p^{\text{ièmes}}$ puissances des racines de l'équation

$$Z^2 - yZ + k = 0.$$