

E. JAGGI

Sur les équations différentielles linéaires

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 5
(1886), p. 86-88

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1886_3_5__86_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1886, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SUR LES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES;

PAR M. E. JAGGI,

Licencié en sciences mathématiques de la Faculté de Besançon.

Dans son Mémoire sur les équations différentielles linéaires ⁽¹⁾, M. Appell a donné une méthode générale pour former l'équation différentielle linéaire qui admet pour intégrale une fonction entière des intégrales d'une équation donnée. Cette Note a pour objet de donner une méthode pour former l'équation qui admet pour intégrale la fonction

$$u = \frac{y_1 y_2 \dots y_n}{y_{n+1} y_{n+2} \dots y_{n+p}}$$

de $p + n$ intégrales de l'équation différentielle

$$(1) \quad F(y) = \frac{d^m y}{dx^m} + a_1 \frac{d^{m-1} y}{dx^{m-1}} + a_2 \frac{d^{m-2} y}{dx^{m-2}} + \dots + a_m y = 0.$$

Posons

$$v = y_1 y_2 \dots y_n,$$

$$w = y_{n+1} y_{n+2} \dots y_{n+p}.$$

On sait former les équations qui admettent respectivement pour solutions les fonctions v et w . Si l'on désigne par z_1, z_2, \dots, z_m un système fondamental de solutions de (1), on peut poser

$$y_k = C_{k1} z_1 + C_{k2} z_2 + \dots + C_{km} z_m,$$

et l'on voit que v contient un nombre de termes linéai-

⁽¹⁾ *Annales de l'École Normale supérieure*, 1881.

rement indépendants égal à

$$N = \frac{m(m+1)\dots(m+n-1)}{1.2\dots n}.$$

L'équation différentielle linéaire $\varphi(v) = 0$ qui donne v est donc d'ordre N .

De même l'équation $\psi(w) = 0$ qui donne w est d'ordre

$$P = \frac{m(m+1)\dots(m+p-1)}{1.2\dots p}.$$

Cela posé, ayant formé les équations

$$\varphi_N(v) = 0, \quad \psi_P(w) = 0,$$

la question revient à former l'équation qui donne

$$u = \frac{v}{w}.$$

On voit qu'il suffit pour cela d'éliminer w entre les deux équations

$$(2) \quad \psi_P(w) = 0, \quad \varphi_N(uw) = 0.$$

Pour cela, différencions $N - 1$ fois la première et $P - 1$ fois la seconde; nous formons ainsi un système de $N + P$ équations linéaires et homogènes à $N + P$ inconnues

$$w, \quad \frac{dw}{dx}, \quad \frac{d^2 w}{dx^2}, \quad \dots, \quad \frac{d^{N+P-1} w}{dx^{N+P-1}}.$$

Le déterminant Δ de ces équations égalé à zéro sera la condition nécessaire et suffisante pour que les deux équations (2) aient une solution commune.

L'équation $\Delta = 0$ est l'équation en u cherchée; c'est une équation non linéaire d'ordre

$$N + P - 1 = \frac{m(m+1)\dots(m+n-1)}{1.2\dots n} + \frac{m(m+1)\dots(m+p-1)}{1.2\dots p} - 1.$$

Elle admet, bien entendu, comme intégrales non seulement les fonctions telles que

$$u_{np} = \frac{\mathcal{Y}_1 \mathcal{Y}_2 \dots \mathcal{Y}_n}{\mathcal{Y}_{n+1} \mathcal{Y}_{n+2} \dots \mathcal{Y}_{n+p}},$$

mais toutes celles obtenues en supposant dans u que

$$1, 2, 3, \dots, (n+p)$$

fonctions \mathcal{Y} sont les mêmes.