

MAURICE D'OCAGNE

Note sur la déviation dans l'ellipse

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 5
(1886), p. 534-535

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1886_3_5__534_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1886, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR LA DÉVIATION DANS L'ELLIPSE;

PAR M. MAURICE D'OCAGNE.

Les variations de l'élément que nous avons appelé la *déviatiou* en un point d'une ellipse peuvent être étudiées par un procédé tout élémentaire qui, outre l'avantage de parler très clairement à l'esprit, a celui d'éviter l'emploi d'une différentiation pour la recherche du maximum. Voici quel est ce procédé :

La formule (1) de notre Note peut s'écrire

$$(1') \quad \text{tang } \delta = \frac{(a-b) \sin 2\varphi}{a+b-(a-b) \cos 2\varphi}.$$

Portons sur une droite les segments $OA = 2a$, $OB = 2b$, et sur AB comme diamètre décrivons un cercle, dont C est le centre. Nous avons $OC = a+b$, $BC = a-b$. Si donc nous prenons sur la circonférence du cercle C le point M tel que $\widehat{MCB} = 2\varphi$, nous avons, en abaissant de M sur OA la perpendiculaire MP , et en

joignant le point M au point O,

$$MP = (a - b) \sin 2\varphi, \quad PC = (a - b) \cos 2\varphi,$$

$$\tan \text{MOP} = \frac{MP}{OP} = \frac{(a - b) \sin 2\varphi}{a - b - (a - b) \cos 2\varphi} = \tan \delta,$$

donc

$$\widehat{\text{MOP}} = \delta.$$

Cette construction, bien simple, permet de suivre avec une extrême facilité les variations de δ répondant aux variations de φ .

Le maximum de δ est évidemment donné par le point M_1 , tel que OM_1 soit tangente au cercle C. Pour ce point, on a, CM_1 étant perpendiculaire à OM_1 ,

$$\sin \delta_1 = \frac{CM_1}{OC} = \frac{a - b}{a + b}.$$

C'est la formule (3'') de notre Note, obtenue ici sans calcul.

On voit, en outre, que *la déviation maxima est complémentaire du double de l'anomalie excentrique correspondante.*