

X. ANTOMARI

Théorèmes de géométrie sur le centre des moyennes distances

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 4
(1885), p. 98-100

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1885_3_4__98_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1885, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

**THÉORÈMES DE GÉOMÉTRIE SUR LE CENTRE DES MOYENNES
DISTANCES;**

PAR M. X. ANATOMARI,

Professeur de Mathématiques spéciales au lycée de Rennes.

Définition. — Étant donné un système de m points $A_1, A_2, \dots, A_m$ affectés respectivement des coefficients

$a_1, a_2, \dots, a_m$, nous appellerons composition de ces m points l'opération qui consiste à chercher leur centre des distances proportionnelles.

THÉORÈME I. — *Soit un système de m points affectés respectivement du coefficient 1. On les combine p à p de toutes les manières possibles et l'on compose les p points de chaque combinaison; on obtient ainsi un système (a) de $C_{m,p}$ points. A toute combinaison p à p correspond une combinaison $m - p$ à $m - p$; on compose les $m - p$ points de chacune de ces combinaisons, ce qui donne un nouveau système (b) de $C_{m,m-p}$ points. Les deux systèmes (a) et (b) sont homothétiques par rapport au centre des moyennes distances des m points donnés, et le rapport d'homothétie est égal à $\frac{m-p}{p}$.*

Soit en effet O_1 le centre des moyennes distances d'une combinaison des m points p à p , et soit O_2 le centre des moyennes distances des $m - p$ points restants. Si l'on affecte O_1 du coefficient p , O_2 du coefficient $m - p$ et que l'on compose ces deux points, on obtient le centre des moyennes distances des m points donnés. C'est le point G de la droite O_1O_2 , tel que l'on ait

$$\frac{O_1G}{GO_2} = \frac{m-p}{p}.$$

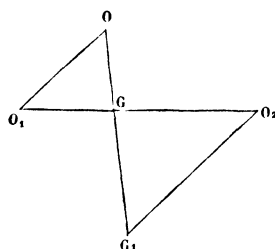
Les points O_1 et O_2 sont donc deux points homologues de deux systèmes homothétiques inverses par rapport au point G, et le rapport d'homothétie est égal à $\frac{m-p}{p}$.

THÉORÈME II. — *Soient O_1 et O_2 deux points homologues obtenus comme dans le théorème I. On joint un*

point fixe O aux points tels que O_1 et l'on mène par les points homologues O_2 les parallèles à ces droites. Toutes ces parallèles concourent au même point.

La proposition résulte de ce que O_1 et O_2 sont deux points homologues de deux systèmes homothétiques. Nous allons l'établir directement, de sorte que la proposition correspondante des systèmes homothétiques en résultera.

Composons en effet les trois points O_1 , O_2 , O affectés respectivement des coefficients p , $m - p$ et $(-p)$. En



composant d'abord O avec O_1 , on voit que le centre des distances proportionnelles se trouve sur la parallèle à OO_1 menée par O_2 . Composant ensuite O_1 avec O_2 , on obtient le centre des moyennes distances des m points donnés; soit G ce point. Le centre des distances proportionnelles des trois points O , O_1 , O_2 sera un point G_1 de OG , tel que l'on ait

$$\frac{OG_1}{G_1G} = \frac{m - p}{p}.$$

Donc le point G_1 est un point fixe.
