

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 4
(1885), p. 466-472

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1885_3_4__466_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1885, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CORRESPONDANCE.

Lettre de M. G. Mittag-Leffler, Membre de l'Académie des Sciences, Professeur à l'Université de Stockholm, Rédacteur en chef des Acta Mathematica.

Permettez-moi de vous faire part de la Communication suivante qui paraîtra prochainement dans le journal *Acta Mathematica*, dont je suis le rédacteur en chef :

« Sa Majesté Oscar II, désireuse de donner une nouvelle preuve de l'intérêt qu'elle porte à l'avancement des Sciences mathématiques, intérêt qu'elle a déjà témoigné, en encourageant la publication du journal *Acta*

Mathematica, qui se trouve sous son auguste protection, a résolu de décerner le 21 janvier 1889, soixantième anniversaire de sa naissance, un prix à une découverte importante dans le domaine de l'Analyse mathématique supérieure. Ce prix consistera en une médaille, du dix-huitième module, portant l'effigie de Sa Majesté et ayant une valeur en or de mille francs, ainsi qu'en une somme de 2500 kronor en or (1 krona égale 1 franc 50 centimes environ).

» Sa Majesté a daigné confier le soin de réaliser ses intentions à une Commission de trois membres : M. Carl Weierstrass, à Berlin ; M. Charles Hermite, à Paris ; et le rédacteur en chef de ce Journal, M. Gösta Mittag-Leffler, à Stockholm. Le travail des commissaires a été l'objet d'un Rapport dont Sa Majesté a pris connaissance, et voici les conclusions auxquelles elle a donné son approbation :

» Prenant en considération les questions qui, à divers titres, préoccupent également les analystes, et dont la solution serait du plus grand intérêt pour les progrès de la Science, la Commission propose respectueusement à Sa Majesté d'accorder le prix au meilleur Mémoire sur l'un des sujets suivants :

» 1. Étant donné un système d'un nombre quelconque de points matériels qui s'attirent mutuellement suivant la loi de Newton, on propose, sous la supposition qu'un choc de deux points n'ait jamais lieu, de représenter les coordonnées de chaque point sous forme de séries procédant suivant quelques fonctions connues du temps et qui convergent uniformément pour toute valeur réelle de la variable.

» Ce problème, dont la solution étendra considérablement nos connaissances par rapport au système du monde, paraît pouvoir être résolu à l'aide des moyens

analytiques que nous avons actuellement à notre disposition ; on peut le supposer du moins, car Lejeune-Dirichlet a communiqué, peu de temps avant sa mort, à un géomètre de ses amis, qu'il avait découvert une méthode pour l'intégration des équations différentielles de la Mécanique, et qu'en appliquant cette méthode il était parvenu à démontrer d'une manière absolument rigoureuse la stabilité de notre système planétaire. Malheureusement nous ne connaissons rien sur cette méthode, si ce n'est que la théorie des oscillations infiniment petites paraît avoir servi de point de départ pour sa découverte ⁽¹⁾. On peut pourtant supposer, presque avec certitude, que cette méthode était basée, non point sur des calculs longs et compliqués, mais sur le développement d'une idée fondamentale et simple, qu'on peut avec raison espérer de retrouver par un travail persévérant et approfondi. Dans le cas pourtant où le problème proposé ne parviendrait pas à être résolu pour l'époque du concours, on pourrait décerner le prix pour un travail dans lequel quelque autre problème de la Mécanique serait traité de la manière indiquée et résolu complètement.

» 2. M. Fuchs a démontré dans plusieurs de ses Mémoires ⁽²⁾ qu'il existe des fonctions uniformes de deux

(1) Voir p. 35 de l'éloge de Lejeune-Dirichlet par Krummer, *Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, 1866.

(2) Les Mémoires se trouvent :

1^o *Nachrichten von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, février 1880, p. 170.

2^o *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, Bd. 89, p. 251. (Une traduction de ce Mémoire se trouve dans le *Bulletin* de M. Darboux, 2^e série, t. IV.)

3^o *Nachrichten von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu*

variables, qui se rattachent par le mode de leur génération aux fonctions ultra-elliptiques, mais sont plus générales que ces dernières, et qui pourraient probablement acquérir une grande importance pour l'Analyse, si leur théorie était développée davantage.

» On propose d'obtenir, sous forme explicite, les fonctions dont l'existence a été prouvée par M. Fuchs, dans un cas suffisamment général, de manière qu'on puisse reconnaître et étudier leurs propriétés les plus essentielles.

» 3. L'étude des fonctions définies par une équation différentielle suffisamment générale du premier ordre dont le premier membre est un polynôme entier et rationnel par rapport à la variable, la fonction et sa première dérivée.

» MM. Briot et Bouquet ont ouvert la voie à une telle étude dans leur Mémoire sur ce sujet (*Journal de l'École Polytechnique*, XXXVI^e Cahier, p. 133-198). Les géomètres qui connaissent les résultats découverts par ces auteurs savent aussi que leur travail est loin d'avoir épuisé le sujet difficile et important qu'ils ont abordé les premiers. Il paraît probable que de nouvelles recherches, entreprises dans la même direction, pourront conduire à des propositions d'un haut intérêt pour l'Analyse.

Göttingen, juin 1880, p. 445. (Traduit en français, *Bulletin de M. Darboux*, 3^e série, t. IV.)

4^e *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, Bd. 90, p. 71. (Aussi dans le *Bulletin de M. Darboux*, 2^e série, t. IV.)

5^e *Abhandlungen der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, 1881. (*Bulletin de M. Darboux*, t. V.)

6^e *Sitzungsberichte der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, 1883, I, p. 507.

7^e Le Mémoire de M. Fuchs, inséré dans le *Journal de Borchardt*, t. 76, p. 177, a aussi quelques rapports avec les Mémoires cités.

» 4. On sait quelle lumière a été portée sur la théorie générale des équations algébriques, par l'étude de ces équations spéciales auxquelles conduit la division du cercle en parties égales, et la division par un nombre entier de l'argument des fonctions elliptiques. La transcendante si remarquable qu'on obtient, en exprimant le module de la théorie des fonctions elliptiques par le quotient des périodes, mène semblablement aux équations modulaires qui ont été l'origine de notions entièrement nouvelles, et de résultats d'une grande importance, comme la résolution de l'équation du cinquième degré. Mais cette transcendante n'est que le premier terme, le cas particulier le plus simple d'une série infinie de nouvelles fonctions que M. Poincaré a introduites dans la Science sous la dénomination de *fonctions fuchsienues*, et appliquées avec succès à l'intégration des équations différentielles linéaires d'un ordre quelconque. Ces fonctions, qui ont donc dans l'Analyse un rôle dont l'importance est manifeste, n'ont pas été considérées jusqu'ici sous le point de vue de l'Algèbre, comme la transcendante de la théorie des fonctions elliptiques, dont elles sont la généralisation. On propose de combler cette lacune et de parvenir à de nouvelles équations analogues aux équations modulaires, en étudiant, ne serait-ce que dans un cas particulier, la formation et les propriétés des relations algébriques qui lient deux fonctions fuchsienues, lorsqu'elles ont un groupe commun.

» Dans le cas où aucun des Mémoires présentés pour le concours sur un des sujets proposés ne serait trouvé digne du prix, ce dernier pourra être adjugé à un Mémoire mis en concours, contenant la résolution complète d'une question importante de la théorie des fonctions, outre celles proposées par la Commission.

» Les Mémoires présentés au concours devront être

munis d'une épigraphe, ainsi que du nom et de l'adresse de l'auteur, sous pli cacheté, et adressés au Rédacteur en chef des *Acta Mathematica*, avant le 1^{er} juin 1888.

» Le Mémoire auquel Sa Majesté daignera décerner le prix, ainsi que d'ailleurs le ou les Mémoires que la Commission estimera dignes d'une mention honorable, seront insérés dans les *Acta Mathematica*, et aucun d'entre eux ne doit être publié auparavant.

» Les Mémoires peuvent être rédigés dans telle langue que l'auteur voudra choisir; mais, comme les Membres de la Commission appartiennent à trois pays différents, l'auteur doit réunir à son Mémoire original une traduction française, si le Mémoire n'est pas déjà écrit en français. S'il n'y a pas de telle traduction, l'auteur doit accepter que la Commission en fasse faire une à son usage.

» LA RÉDACTION DES *Acta Mathematica*. »

Lettre de M. A. Mathieu, ancien colonel d'artillerie.

Veillez me permettre de faire remarquer que la conjugaison *isogonale* de deux points, dont il est parlé dans un article de M. d'Ocagne, inséré au numéro d'août 1885 des *Nouvelles Annales*, est identique avec le premier des quatre modes de conjugaison de deux points, ou d'un point et d'une droite, dont j'ai fait connaître certaines propriétés dans ce Journal, en 1865 (2^e série, vol. IV), par trois articles publiés sous ce titre : *Étude de Géométrie comparée*. J'avais dénommé ce mode de conjugaison : *Inversion trilinéaire*, terme auquel je ne tiens d'ailleurs aucunement; les théorèmes restent, et c'est l'essentiel.

J'ai été empêché par mes occupations de donner la

suite que j'entrevois à ces méthodes de transformation, dans lesquelles la construction d'une conique, par points ou par tangentes, est ramenée à la détermination d'une droite qui est la conjuguée ou d'un point qui est le conjugué de la courbe; mais je puis assurer aux lecteurs des *Nouvelles Annales*, que le sujet pourrait intéresser, qu'ils ne perdraient pas leurs peines en le travaillant.

Je vous demanderai de vouloir bien faire rectifier, par *errata*, plusieurs fautes d'impression qui dénaturent quelques-unes des formules de mon Mémoire de 1865.

J'ai l'honneur, etc.

Errata au Tome IV de la deuxième série des « Nouvelles Annales ».

Page 492. — Au lieu de (p, q) le centre du cercle inscrit au triangle, lisez (P, Q) le centre du cercle circonscrit au triangle.

Par suite, l'équation de la ligne conjuguée ou inverse de la conique doit s'écrire

$$\begin{aligned} & (y - Q) \cos(\alpha + \alpha' + \alpha'') \\ & - (x - P) \sin(\alpha + \alpha' + \alpha'') + R \frac{M + N}{M - N} = 0. \end{aligned}$$

Même page. — Les formules (2) doivent être remplacées par les suivantes :

$$(2) \quad \begin{cases} \frac{1}{M} = \frac{\hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_3}{R} \left(\frac{\Delta}{R} + 1 \right)^{-2} \left(\frac{\Delta}{R} - 1 \right)^1, \\ \frac{1}{N} = \frac{\hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_3}{R} \left(\frac{\Delta}{R} + 1 \right)^{-1} \left(\frac{\Delta}{R} - 1 \right)^{-2}. \end{cases}$$

Page 534. — Au lieu de

$$R = \frac{\frac{M}{N} + 1}{\frac{M}{N} - 1}, \quad \text{lisez} \quad \Delta = R \frac{\frac{M}{N} + 1}{\frac{M}{N} - 1}.$$
