

Concours d'admission à l'École centrale

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 4
(1885), p. 280-286

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1885_3_4__280_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1885, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE CENTRALE.

PREMIÈRE SESSION, JUILLET 1884.

Géométrie analytique.

On donne l'équation

$$a^2y^2 - b^2x^2 + a^2b^2 = 0$$

d'une hyperbole rapportée à son centre et à ses axes, et l'équation

$$y - kx = 0$$

d'une droite menée par le centre de cette hyperbole :

1° Former l'équation générale des coniques qui passent par les points réels ou imaginaires communs à l'hyperbole et à la droite données, et qui, de plus, sont tangents à l'hyperbole en celui des sommets de cette hyperbole qui est située sur la partie positive de l'axe des x . Discuter cette équation générale et reconnaître la nature des coniques qu'elle peut représenter.

2° Trouver le lieu des centres des coniques représen-

tées par l'équation générale précédente. Ce lieu est une conique Δ . Chercher un nombre de points et de tangentes suffisant pour déterminer géométriquement cette conique Δ .

3^e Trouver le lieu des points de contact des tangentes menées à la conique Δ parallèlement à la droite de coefficient angulaire $\frac{b}{a}$, quand on fait varier k . On vérifiera que l'équation de ce dernier lieu, qui est du troisième degré, représente trois droites.

Calcul trigonométrique.

On donne deux côtés d'un triangle et l'angle compris :

$$a = 2317^m, 455,$$

$$b = 8423^m, 761,$$

$$C = 122^\circ 47' 37'', 1.$$

On demande de calculer les trois autres éléments A, B, c du triangle, et sa surface.

Géométrie descriptive.

Une droite de front $(s\theta, s'\theta')$, dont l'éloignement est égal à $0^m, 80$ et dont la trace horizontale θ se trouve à $0^m, 05$ de la proposition horizontale s de son point de rencontre (s, s') avec le plan bissecteur du premier dièdre, engendre, par sa rotation autour de la verticale du point (s, s') , un *premier cône* de révolution.

Un second cône a pour sommet le milieu (τ, τ') de la droite $(s\theta, s'\theta')$; sa trace horizontale est un cercle, dont le centre c se trouve en avant de la droite $s\theta$, dont le rayon est égal à la longueur de cette droite, et qui passe par les extrémités s et θ de cette même droite.

On demande de construire les projections de la partie, supposée solide et opaque, des deux nappes du *premier cône*, qui, placée à l'intérieur des deux nappes du second

cône et derrière le plan de front F, dont l'éloignement est $0^m, 1/4$, se trouve comprise entre le plan horizontal de projection et un plan horizontal P' à la cote $0^m, 215$.

On indiquera à l'encre rouge les constructions d'un point quelconque de l'intersection, de la tangente en ce point, et celles des points et des droites remarquables. Ces constructions seront succinctement expliquées, à l'aide d'une légende placée au bas de l'épure.

Titre extérieur. — Géométrie descriptive.

Titre intérieur. — Intersection de deux cônes.

Placer la ligne de terre parallèlement aux petits côtés du cadre, à $0^m, 18$ du petit côté inférieur, et le point (s, s') au milieu de la feuille.

Physique.

1° Un espace V contient un mélange d'air et de vapeur d'eau à une température t , et sous la pression totale H. La vapeur n'est pas saturée et possède une tension f . On demande de calculer la pression totale x du mélange, si l'on ramène la température à être t' , en distinguant le cas où il y a condensation, et le cas où ce phénomène ne se produit pas. On désignera par F' la tension maximum de la vapeur d'eau à la température t' .

2° Un récipient fermé, de capacité invariable et égale à 1^{mc} , contient de l'air humide dont la température est 23° , et à l'état hygrométrique 0,75. La température descend à 5° dans cet espace. Quel sera le poids de la vapeur liquéfiée?

Tension maximum de la vapeur à 23° ...	$20^{mm}, 888$
Tension maximum de la vapeur à 5° ...	$6^{mm}, 534$
Densité de la vapeur d'eau	0,622
Poids du litre d'air à 0° et à 760^{mm}	$1^{gr}, 293$
Coefficient de dilatation des gaz	0,003665

Chimie.

1° Indiquer les différents cas dans lesquels l'ammoniac et les composés ammoniacaux prennent naissance.

2° On donne 100^{lit}, mesurés à 0° et sous la pression 760^{mm}, de gaz oxyde de carbone. On demande : 1° quel volume d'oxygène, à 0° et sous la pression 760^{mm}, il faut employer pour en produire la combustion complète; 2° quel est, dans les mêmes conditions, le volume de gaz acide carbonique produit. On demande de résoudre le problème par la méthode des équivalents en poids et par celle des équivalents en volumes.

	Équivalents		Poids du litre.
	en poids.	en volumes.	
CO.....	14	2	1,254 ^{gr}
O.....	8	1	1,43
CO ²	22	2	1,9774

SECONDE SESSION, OCTOBRE 1884.

Géométrie analytique.

On donne, dans un plan, deux axes de coordonnées rectangulaires Ox , Oy et une droite quelconque coupant ces axes respectivement aux points A et B.

On prend sur cette droite un point m dont les coordonnées sont α et β et l'on construit, dans le plan, un point correspondant M, ayant pour coordonnées

$$x = \frac{f^2}{\alpha}, \quad y = \frac{g^2}{\beta},$$

f et g étant deux longueurs constantes données.

Cela posé :

1^o On demande d'écrire l'équation du lieu des points M, lorsque le point *m* se déplace sur la droite indéfinie AB. Ce lieu est une hyperbole qu'on désignera, dans ce qui va suivre, par la lettre H.

2^o On demande de déterminer les éléments nécessaires à la définition complète de cette hyperbole H et d'en construire géométriquement un point quelconque, ainsi que la tangente en ce point.

3^o On suppose que la droite AB se déplace dans le plan, de façon telle que la somme des inverses de ses coordonnées à l'origine reste constante, soit de façon que

$$\frac{1}{OA} + \frac{1}{OB} = \frac{1}{l} = \text{const.}$$

À chaque position de la droite répondra une hyperbole H.

On demande de montrer que toutes ces hyperboles ont une corde commune et de trouver le lieu des pôles de cette corde relativement aux diverses hyperboles (c'est-à-dire le lieu des points pour lesquels elle est corde de contact des tangentes menées de ce point à l'une des hyperboles).

4^o On projette le centre C de l'hyperbole H répondant à la droite AB, sur cette droite, en D; et l'on demande de trouver le lieu des points D lorsque la droite AB se déplace, non plus selon la loi ci-dessus définie, mais en restant parallèle à elle-même.

Calcul trigonométrique.

Calculer les angles et la surface d'un triangle dont les trois côtés sont

$$\begin{aligned} a &= 4356,742, \\ b &= 3754,682, \\ c &= 2574,754. \end{aligned}$$

Géométrie descriptive.

Intersection d'un cône de révolution et d'un cylindre. — Dans un plan horizontal P' , à la cote $0^m,042$, on trace deux cercles : le premier ω, ω' est la directrice du cône, il a $0^m,050$ de rayon et son centre O, O' se trouve à $0^m,064$ en avant du plan vertical ; le second ω_1, ω'_1 est la directrice du cylindre, il passe par le centre O, O' , par le point v, v' le plus voisin du plan vertical et par le point le plus à droite d, d' du premier cercle. Le sommet s, s' du cône a pour cote $0^m,075$, et les génératrices du cylindre sont parallèles à la droite $sd, s'd'$.

On demande de construire les projections du corps constitué par la partie des deux nappes du cône, supposées pleines et opaques, placée à l'intérieur du cylindre et comprise entre un plan horizontal Q' , ayant une cote de $0^m,145$ et le plan horizontal de projection.

On indiquera, à l'encre rouge, les constructions d'un point quelconque de l'intersection, de la tangente en ce point, et celles des points et des droites remarquables.

Ces constructions seront succinctement expliquées à l'aide d'une légende placée au bas de l'épure.

Titre extérieur. — Géométrie descriptive.

Titre intérieur. — Intersection d'un cône et d'un cylindre.

Placer la ligne de terre parallèlement aux grands côtés du cadre à $0^m,115$ du grand côté inférieur, et la droite ss' au milieu de la feuille.

Physique.

On donne une masse d'air humide dont le volume est de 1^m , l'état hygrométrique $\frac{1}{4}$, la pression totale de 760^m de mercure, et la température $25^\circ C$.

On demande quel est le poids maximum d'eau qui pourra se réduire en vapeur dans cette masse d'air, si l'on maintient la pression totale constante égale à 760^{mm} de mercure, et si l'on porte la température à 35° C., aussi bien pour l'air que pour l'eau qui s'évapore.

On donne les forces élastiques maxima de la vapeur d'eau :

A 25°.....	23 ^{mm} , 09
A 35°.....	40 ^{mm} , 40

On donne :

Le coefficient de dilatation des gaz.....	0,00367
Le poids de 1 ^{lit} d'air sec à 0° C. et 760 ^{mm}	1 ^{gr} , 293
La densité de la vapeur d'eau.....	0,6235

Chimie.

I. Préparation du brome et de l'iode.

II. On fait passer dans l'eudiomètre 200^{cc} de protoxyde d'azote et 300^{cc} d'hydrogène. Après le passage de l'étincelle, il reste 300^{cc} de gaz. On ajoute 100^{cc} d'oxygène et l'on fait passer de nouveau l'étincelle ; on obtient un résidu de 250^{cc}.

Déduire de ces données la composition en volume du protoxyde d'azote.