

J.-B. POMEY

Sur les points d'inflexion des courbes du troisième et du quatrième degré

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 4 (1885), p. 169-170

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1885_3_4__169_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1885, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SUR LES POINTS D'INFLEXION DES COURBES DU TROISIÈME ET DU QUATRIÈME DEGRÉ;

PAR M. J.-B. POMEY.

1. Je suppose qu'une courbe du troisième degré ait un point d'inflexion. En prenant ce point pour origine, l'équation de la courbe sera

$$(1) \quad x^3 + \gamma S = 0,$$

où S désigne un polynôme du second degré.

Les équations $x^3 = 0$ et $\gamma S = 0$ sont celles de deux courbes du troisième degré, et la courbe proposée passe par leurs points d'intersection. Cette courbe peut être considérée comme la limite de la courbe

$$x(x - \alpha)(x - \alpha') - \gamma S = 0,$$

lorsque α et α' tendent vers zéro. Si donc l'axe des γ coupe S en deux points A et B , la conique a trois points

communs en A, ainsi qu'en B, avec la courbe du troisième degré. Elle lui est osculatrice en A et en B. Comme cinq points déterminent une conique, il y a donc cette relation entre les courbures aux points A et B, que la conique tangente en A et osculatrice en B est osculatrice en A. La forme (1) de la courbe reste la même, S variant pourtant, lorsque l'axe des y vient à changer de direction. Si A devient un deuxième point d'inflexion, la conique osculatrice en A doit se décomposer en deux droites, dont l'une est la tangente en A; donc l'autre droite est osculatrice en B, c'est-à-dire que B est lui même un point d'inflexion. Donc deux points d'inflexion, dont l'un est réel, déterminent une droite qui passe par un troisième point d'inflexion.

2. L'équation $F_4 = y^3 P_1 + x Q_3 = 0$, P_1 étant homogène et du premier degré en x et y , Q_3 homogène et du troisième degré en x et y , est l'équation d'une courbe du quatrième degré ayant un point d'inflexion à l'origine. De plus, $Q_3 = 0$ est une courbe du troisième degré qui a sur l'axe des x trois points communs avec $F_4 = 0$ en chacun des trois points où $Q_3 = 0$ coupe $F_4 = 0$. Si deux de ces points sont inflexionnels, le troisième l'est aussi. Donc :

THÉORÈME. — *Si une droite passe par trois points d'inflexion sur une courbe du quatrième degré, elle la coupe encore en un quatrième point d'inflexion.*
