

GEORGES DOSTOR

Les moments d'inertie polaires du triangle, par rapport à ses points remarquables

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 2
(1883), p. 469-471

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1883_3_2_469_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1883, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

LES MOMENTS D'INERTIE POLAIRES DU TRIANGLE, PAR RAPPORT A SES POINTS REMARQUABLES;

PAR M. GEORGES DOSTOR.

1. Conservons les notations adoptées dans l'article relatif aux distances du centre de gravité aux points remarquables d'un triangle (même tome, p. 368 et 369). Représentons par M la masse du triangle, supposé homogène et d'une épaisseur constante.

On sait que le moment d'inertie polaire du triangle, par rapport à son centre de gravité G , est

$$I_G = \frac{1}{36} M(a^2 + b^2 + c^2) \quad (1).$$

2. Les *moments d'inertie par rapport aux sommets* A, B, C seront donc

$$I_A = \frac{1}{36} M(a^2 + b^2 + c^2) + M \cdot \overline{GA}^2$$

ou

$$I_A = \frac{1}{12} M(3b^2 + 3c^2 - a^2),$$

$$I_B = \frac{1}{12} M(3c^2 + 3a^2 - b^2),$$

$$I_C = \frac{1}{12} M(3a^2 + 3b^2 - c^2).$$

(1) LAURENT, *Mécanique rationnelle*, 2^e édition, t. I, p. 201.

3. Le moment d'inertie par rapport au centre O du cercle circonscrit sera de même

$$I_0 = \frac{1}{36} M(a^2 + b^2 + c^2) + M \cdot \overline{GO}^2$$

ou bien

$$I_0 = \frac{1}{36} M(a^2 + b^2 + c^2) + MR^2 - \frac{1}{9} M(a^2 + b^2 + c^2),$$

c'est-à-dire

$$I_0 = MR^2 - \frac{1}{12} M(a^2 + b^2 + c^2).$$

4. Le moment d'inertie du triangle par rapport au point de concours H des hauteurs étant donné par

$$I_H = \frac{1}{36} M(a^2 + b^2 + c^2) + M \cdot \overline{GH}^2,$$

on trouve, en remplaçant $\overline{GH}^2$ par sa valeur

$$4R^2 - \frac{1}{9}(a^2 + b^2 + c^2),$$

que

$$I_H = 4MR^2 - \frac{5}{12} M(a^2 + b^2 + c^2).$$

5. On verrait de la même façon que le moment d'inertie polaire du triangle, par rapport au centre I du cercle inscrit, est

$$I_I = \frac{1}{36} M(a^2 + b^2 + c^2) + M \cdot \overline{GI}^2$$

ou, puisque

$$\overline{GI}^2 = \frac{1}{3}(bc + ca + ab) - \frac{1}{9}(a^2 + b^2 + c^2) - 4Rr,$$

$$I_I = \frac{1}{2} M(bc + ca + ab) - \frac{1}{12} M(a + b + c)^2 - 4MRr.$$

6. Changeant dans cette formule successivement le

signe de a, b, c et substituant à $-r$, respectivement les rayons r', r'', r''' , on obtient les moments d'inertie du triangle par rapport aux centres I', I'', I''' des cercles ex-inscrits. On trouve ainsi que

$$I_{I'} = \frac{1}{2} M(bc - ca - ab) - \frac{1}{12} M(b + c - a)^2 + 4MRr',$$

$$I_{I''} = \frac{1}{2} M(ca - ab - bc) - \frac{1}{12} M(c + a - b)^2 + 4MRr'',$$

$$I_{I'''} = \frac{1}{2} M(ab - bc - ca) - \frac{1}{12} M(a + b - c)^2 + 4MRr''.$$