

GAMBEY

**Solution de la question de mécanique
élémentaire proposée au concours
d'agrégation de 1879**

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 1
(1882), p. 254-256

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1882_3_1__254_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1882, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

**SOLUTION DE LA QUESTION DE MÉCANIQUE ÉLÉMENTAIRE
PROPOSÉE AU CONCOURS D'AGRÉGATION DE 1879;**

PAR M. GAMBEY.

Une lame homogène, pesante, et d'une épaisseur infiniment petite, a la forme d'un demi-cercle ABC; elle est soutenue par un fil attaché aux extrémités du diamètre AB, et qui passe dans un anneau fixe infiniment petit O.

On demande de déterminer les positions d'équilibre de la lame et de reconnaître dans quels cas cet équilibre est stable ou instable.

On donne la longueur l du fil, le rayon R du demi-cercle ACB et le poids P de la lame.

(On négligera le poids du fil.)

NOTA. — *Pour reconnaître si l'équilibre est stable ou instable, on pourra chercher pour quelles positions de la lame la distance du centre de gravité G de cette lame*

au plan horizontal qui passe par l'anneau O est un maximum ou un minimum.

On reconnaît aisément que la verticale du point de suspension doit faire des angles égaux avec les deux brins du fil.

Cela posé, traçons AG, BG, OG. Les triangles AOG, BOG donnent

$$\frac{OG}{\sin \widehat{OAG}} = \frac{AG}{\sin \widehat{AOG}} = \frac{BG}{\sin \widehat{BOG}} = \frac{OG}{\sin \widehat{OBG}},$$

d'où

$$\sin \widehat{OAG} = \sin \widehat{OBG}$$

et, par suite,

$$\widehat{OAG} = \widehat{OBG};$$

par conséquent

$$\widehat{OAB} = \widehat{OBA}$$

ou bien

$$\widehat{OAG} + \widehat{OBG} = 180^\circ,$$

et le quadrilatère OAGB est inscriptible.

Il y a donc trois positions d'équilibre, dont deux sont symétriques par rapport à la verticale du point de suspension.

Autrement. — La recherche des positions d'équilibre de la figure pesante revient à construire un triangle, connaissant deux côtés et l'angle opposé à l'un d'eux. La discussion est connue et l'on retrouve le résultat précédent.

On a, dans le quadrilatère inscriptible OAGB,

$$OG \cdot 2R = BG \times AO + AG \times BO = AG \times l.$$

d'où

$$OG = \frac{AG \times l}{2R},$$

et comme, dans tout quadrilatère OAGB, on a

$$OG \times AB < BG \times AO + AG \times BO,$$

il en résulte que OG est maximum quand le quadrilatère OAGB est inscriptible. Par suite, les positions d'équilibre, symétriques de la verticale du point de suspension, sont des positions d'équilibre stable. La troisième est par suite instable.

Note. — La même question a été résolue par M. E. Fauquembergue.