

J. COLLIN

Sur le théorème de Rolle

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 20
(1881), p. 132-133

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1881_2_20__132_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1881, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SUR LE THEOREME DE ROLLE :

PAR M. J. COLLIN

Dans le cas où il s'agit d'équations algébriques, le théorème de Rolle peut se démontrer de la manière suivante.

Soient $f(x) = 0$ l'équation considérée; a, b, c, \dots, l ses racines réelles, a et b étant deux racines consécutives; $\varphi(x)$ le polynôme relatif aux racines imaginaires et $\psi(x)$ le quotient de $f(x)$ par $x - a$, de sorte que

$$f(x) = (x - a)(x - b) \dots (x - l) \varphi(x) = (x - a)\psi(x).$$

D'après un théorème bien connu, on a

$$f'(a) = \psi(a).$$

donc

$$f'(a) = (a-b)(a-c)\dots(a-l)\varphi(a),$$

et de même

$$f'(b) = (b-a)(b-c)\dots(b-l)\varphi(b).$$

Or, $\varphi(a)$ et $\varphi(b)$ sont de même signe; tous les autres facteurs de $f'(a)$ et $f'(b)$ sont aussi de même signe, à l'exception de $(a-b)$ et $(b-a)$, qui sont de signes contraires. Donc $f'(a)$ et $f'(b)$ sont de signes contraires; donc l'équation $f'(x) = 0$ admet un nombre impair de racines comprises entre a et b .

Le théorème de Rolle n'est ainsi qu'un corollaire immédiat du théorème des substitutions.