

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 19
(1880), p. 565-566

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1880_2_19__565_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1880, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS.

1354. L'équation

$$(1) \quad x^4 - (k + b + c)x^2 + (b - 2c)ax - ck = 0,$$

dans laquelle a, b, c, k sont des entiers plus grands que zéro et satisfaisant aux conditions

$$\begin{aligned} a^2 > k > (a - 1)^2, \\ (a - 1)b &\geq (a^2 - k - 1)c, \end{aligned}$$

ou bien aux conditions

$$\begin{aligned} (a + 1)^2 &> k > a^2, \\ (a + 1)b &\geq (k - a^2 + 1)c, \end{aligned}$$

ne peut pas avoir trois racines entières. Si deux racines sont imaginaires, l'une au moins des racines réelles est incommensurable.

La même proposition subsiste à l'égard de l'équation

$$(2) \quad x^4 - (k + b + c)x^2 + (b + 2c)ax + ck = 0,$$

dans laquelle les entiers a, b, c, k , tous plus grands que zéro, satisfont à l'un quelconque des quatre systèmes de conditions qui suivent, savoir :

$$\begin{array}{ll} 1^{\circ} & \left\{ \begin{array}{l} a^2 > c, \\ a^2 > k \geq (a-1)^2; \end{array} \right. \\ 2^{\circ} & \left\{ \begin{array}{l} c > a^2 > k, \\ (a+1)b \geq (a^2 - k - 1)c; \end{array} \right. \\ 3^{\circ} & \left\{ \begin{array}{l} (a+1)^2 \geq k > a^2 > c; \end{array} \right. \\ 4^{\circ} & \left\{ \begin{array}{l} c > a^2, \\ k > a^2, \\ (a-1)b \geq (k - a^2 + 1)c. \end{array} \right. \end{array}$$

Dans chacun de ces cas, disons-nous, l'équation (2) a assurément deux racines réelles, dont l'une au moins est incommensurable. (S. RÉALIS.)

1355. Le volume du tétraèdre $A_1 B_1 C_1 D_1$, qui a pour sommets les pieds des hauteurs d'un tétraèdre donné ABCD, a pour expression

$$V \propto \begin{vmatrix} 0 & \cos \eta & \cos \varepsilon & \cos \zeta \\ \cos \eta & 0 & \cos \delta & \cos \beta \\ \cos \varepsilon & \cos \delta & 0 & \cos \gamma \\ \cos \alpha & \cos \beta & \cos \gamma & 0 \end{vmatrix},$$

en appelant V le volume du tétraèdre donné, et $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ et η les angles dièdres de ce tétraèdre le long des arêtes BC, CA, AB, DA, DB et DC respectivement.

(GENTY.)