

Solutions de questions proposées dans les Nouvelles annales

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 19
(1880), p. 556-558

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1880_2_19__556_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1880, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

**SOLUTIONS DE QUESTIONS
PROPOSÉES DANS LES NOUVELLES ANNALES.**

Question 1336

(voir 2^e série, t. XVIII, p. 478);

PAR M. MORET-BLANC.

Deux droites g, g' , contenant deux séries homographiques des points $A, B, C, D, \dots$ et $A', B', C', D', \dots$, sont données; les droites $AA', BB', CC', DD', \dots$ enveloppent une conique: quel est le lieu des milieux de ces droites? (Droz.)

Soit S un point quelconque du plan; les couples de droites $SA, SA', \dots, SB, SB', \dots$ forment deux faisceaux homographiques dont les deux rayons doubles sont les tangentes que l'on peut mener du point S à l'enveloppe des droites $AA', BB', \dots$; cette enveloppe est donc une courbe de seconde classe, et par conséquent une conique.

Prenons les droites g, g' pour axes de coordonnées, et soient α, ϵ les distances de deux points homologues à l'origine. Ces points sont liés par une relation homographique de la forme

$$\alpha\epsilon + a\alpha + b\epsilon + c = 0.$$

Les coordonnées du milieu de la droite qui les joint sont

$$x = \frac{\alpha}{2}, \quad y = \frac{\epsilon}{2}, \quad \text{d'où} \quad \alpha = 2x, \quad \epsilon = 2y.$$

En substituant ces valeurs dans la relation précédente, on a, pour l'équation du lieu des milieux des droites AA' , BB' , ...,

$$4xy + 2ax + 2by + c = 0.$$

Ce lieu est donc une hyperbole ayant ses asymptotes parallèles aux droites g , g données.

Note. — Solution analogue de M. Ferdinando Pisani.

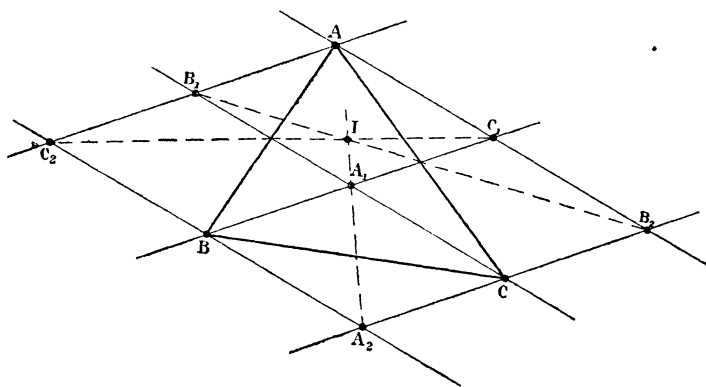
Question 1346

(voir 2^e série, t. XVIII, p. 528),

PAR M. FAUQUEMBERGUE,

Maître répétiteur au lycée de Saint-Quentin.

Par les trois sommets d'un triangle on mène trois droites parallèles à une même direction ; puis, trois autres droites parallèles aussi à une autre direction ; ces droites,



en se coupant, forment des parallélogrammes, parmi lesquels il y en a trois qui ont chacun un côté du triangle pour diagonale : démontrer que les secondes diagonales

nales de ces trois parallélogrammes se coupent en un même point. (A. BOILLEAU.)

Soient ABC le triangle donné et BA_1CA_2 , CB_1AB_2 , AC_1BC_2 les trois parallélogrammes qui ont respectivement pour une de leurs diagonales les côtés BC , CA , AB . Menons les diagonales B_1B_2 et C_1C_2 , qui se coupent en un point I .

Le triangle AC_1C_2 , coupé par la transversale B_1IB_2 , donne

$$IC_2 \times AB_1 \times B_2C_1 = IC_1 \times AB_2 \times B_1C_2,$$

ou, en remarquant que $AB_1 = A_1C_1$, $B_2C_1 = BA_2$, $AB_2 = A_2C_2$ et $B_1C_2 = A_1B$, on a

$$IC_2 \times A_1C_1 \times BA_2 = IC_1 \times A_2C_2 \times BA_1.$$

Cette relation, qui prouve que les trois points A_2 , A_1 , I sont en ligne droite, démontre le théorème.

Note. — La même question a été résolue par MM. Lez; Droz; Moret-Blanc; E. Pecquery, élève au lycée du Havre; J. Marchal; V. Robin, élève à Nancy; N. Goffart et F. Pisani.