

C. HENRY

Généralisation d'un théorème d'arithmétique

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 19
(1880), p. 517-518

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1880_2_19__517_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1880, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

GÉNÉRALISATION D'UN THÉORÈME D'ARITHMÉTIQUE;

PAR M. C. HENRY.

Dans les *Nouvelles Annales* (année 1878, p. 463), M. l'abbé Marchand a démontré que *le carré d'un nombre impair est la différence de deux nombres triangulaires premiers entre eux*. Cette propriété peut être généralisée au moyen de l'identité

$$(1) \left\{ \begin{aligned} a(2x+1)^2 &= \frac{(2ax+x+a)(2ax+x+a+1)}{2} \\ &\quad - \frac{(2ax-x+a-1)(2ax-x+a)}{2}, \end{aligned} \right.$$

où x et a représentent des nombres entiers quelconques.

En faisant d'abord $a=1$, l'identité (1) devient

$$(2x+1)^2 = \frac{(3x+1)(3x+2)}{2} - \frac{x(x+1)}{2},$$

et, comme $2x + 1$ est premier avec x et $x + 1$, on a ce théorème :

Le carré d'un nombre impair est la différence de deux nombres triangulaires premiers entre eux. Ce qui est le théorème de M. l'abbé Marchand.

En faisant $a = 2$ et remplaçant x par $4x$, la formule (1) donne

$$2(8x + 1)^2 = \frac{(20x + 2)(20x + 3)}{2} - \frac{(12x + 1)(12x + 2)}{2};$$

on en peut conclure que *le double du carré d'un nombre de la forme $8x + 1$ est la différence de deux nombres triangulaires premiers entre eux.*

En faisant $a = 3$, on a

$$3(2x + 1)^2 = \frac{(7x + 3)(7x + 4)}{2} - \frac{(5x + 2)(5x + 3)}{2},$$

et par suite, en remplaçant x par $3x + 1$,

$$3(6x + 3)^2 = \frac{(21x + 10)(21x + 11)}{2} - \frac{(15x + 7)(15x + 8)}{2}.$$

Il en résulte que *le triple carré d'un nombre de la forme $6x + 3$ est la différence de deux nombres triangulaires premiers entre eux.*

On pourrait continuer ainsi indéfiniment.