

LIONNET

Note relative aux intersections intérieures des diagonales d'un polygone convexe

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 19
(1880), p. 456-457

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1880_2_19__456_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1880, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

**NOTE RELATIVE AUX INTERSECTIONS INTÉRIEURES
DES DIAGONALES D'UN POLYGONE CONVEXE ;**

PAR M. LIONNET.

THÉORÈME. — *Le nombre i_n des intersections intérieures des diagonales d'un polygone convexe de n côtés est égal au nombre c_n^4 des combinaisons de ses n sommets quatre à quatre.*

Dans un polygone convexe de n côtés, quatre sommets, pris comme on voudra, sont les sommets d'un quadrilatère convexe où les diagonales, qui sont deux diagonales du polygone proposé, se coupent à l'intérieur du quadrilatère et, par suite, à l'intérieur du polygone.

Réciproquement, si deux diagonales du polygone proposé s'y coupent intérieurement, leurs extrémités sont quatre sommets du polygone ; donc $i_n = c_n^4$.

Remarque I. — L'énoncé du théorème précédent, plus exact que celui déjà publié deux fois dans les *Nouvelles Annales* (années 1848 et 1880, p. 91 et 44), diffère de celui-ci en ce que l'expression *points d'intersection* y est remplacée par le mot *intersections*. La raison en est que, si plus de deux diagonales se coupent en un même point intérieur au polygone, plusieurs intersections intérieures de deux diagonales correspondent à ce seul point d'intersection. Ainsi, par exemple, dans l'hexagone régulier, où la formule $i_n = c_n^4$ donne 15 pour le nombre des intersections intérieures des diagonales, on trouve seulement treize points intérieurs d'intersection, ce qui tient à ce que trois des neuf diagonales se coupent au centre du polygone.

Remarque II. — Les auteurs qui ont donné précédem-

ment la démonstration de la formule $i_n = c_n^*$ ont cru devoir calculer d'abord le rapport de i_n à i_{n-1} ou la différence $i_n - i_{n-1}$; mais il m'a semblé beaucoup plus simple d'en donner une démonstration directe.

Note du Rédacteur. — M. le professeur de Virieu remarque de même que ce théorème, dont on a donné des démonstrations dans les *Nouvelles Annales* (années 1848 et 1880, p. 91 et 44), cesse d'être rigoureusement exact lorsque trois ou plus de trois diagonales du polygone considéré se coupent en un même point intérieur.