

ÉDOUARD LUCAS

Note sur la construction des normales à l'ellipse

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 19
(1880), p. 279-280

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1880_2_19__279_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1880, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR LA CONSTRUCTION DES NORMALES A L'ELLIPSE ⁽¹⁾;

PAR M. ÉDOUARD LUCAS.

Les solutions indiquées ici peuvent être résumées et améliorées de la façon suivante. Désignons par

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

l'équation d'une ellipse *tracée*, et par x_0, y_0 les coordonnées d'un point P d'où l'on abaisse les normales. Les perpendiculaires abaissées du sommet A de coordonnées $(a, 0)$ sur les normales issues du point P rencontrent la courbe en quatre points M_1, M_2, M_3, M_4 situés sur une circonférence dont l'équation est

$$x^2 + y^2 - 2 \frac{x}{a} \frac{a^2 x_0^2 - b^2 y_0^2}{c^2} - 4 \frac{a x_0 y_0}{c^2} y + 2 \frac{a^2 x_0^2 + b^2 y_0^2}{c^2} - a^2 = 0.$$

La puissance du sommet A par rapport à cette circonférence a pour expression $\left(\frac{2by_0}{c}\right)^2$, et celle du sommet A'

(¹) *Nouvelles Annales*, 2^e série, t. IX, p. 348. et t. XV, p. 5.

a pour expression $\left(\frac{2ax_0}{c}\right)^2$. Il suffit donc de tracer une circonférence dont l'ordonnée du centre égale $2\frac{ax_0y_0}{c^2}$, et qui coupe orthogonalement les circonférences décrites des sommets A et A' comme centres avec des rayons égaux à $\frac{2by_0}{c}$ et $\frac{2ax_0}{c}$. Cette circonférence coupe l'ellipse en quatre points M_1, M_2, M_3, M_4 au plus; on obtient les normales en abaissant du point P des perpendiculaires sur les quatre droites AM_1, AM_2, AM_3 et AM_4 .