

ERNEST LEBON

**Solution d'une question proposée en
1879 au concours d'agrégation pour
l'enseignement secondaire spécial**

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 19
(1880), p. 172-173

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1880_2_19__172_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1880, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

**SOLUTION D'UNE QUESTION PROPOSÉE EN 1879 AU CONCOURS
D'AGRÉGATION POUR L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE SPÉ-
CIAL;**

PAR M. ERNEST LEBON,

Professeur au lycée de Versailles.

Trouver l'équation de la perspective d'une hélice, le tableau étant perpendiculaire à son axe et le point de vue S étant sur cet axe.

Prenons pour origine le pied s de l'axe sur le tableau ; pour axes de coordonnées rectangulaires l'axe sz de l'hélice, une droite sx passant par la trace de l'hélice sur le tableau, et une droite sy perpendiculaire à sx dans le tableau. Désignons par ω l'angle avec sx de la projection d'un rayon visuel sur le tableau, par r le rayon de l'hélice, et par h son pas. Les coordonnées de S sont $0, 0, c$.

Les équations de l'hélice sont

$$x = r \cos \omega, \quad y = r \sin \omega, \quad z = \frac{h \omega}{2\pi} = b \omega.$$

Les équations d'une génératrice du cône de sommet S , ayant l'hélice pour directrice, sont

$$\frac{x}{r \cos \omega} = \frac{y}{r \sin \omega} = \frac{z - c}{b \omega - c}.$$

L'élimination de ω entre ces équations donne l'équation du cône S . On trouve

$$(x^2 + y^2) \left(b \operatorname{arc tang} \frac{y}{x} - c \right)^2 - r^2 (z - c)^2 = 0.$$

L'équation de la courbe perspective cherchée est obtenue

en faisant $z = 0$ dans l'équation précédente. En remplaçant dans l'équation de la courbe perspective $x^2 + y^2$ par ρ^2 et $\arctan \frac{y}{x}$ par sa valeur ω , on trouve, le pôle étant s et l'axe polaire sx , l'équation polaire suivante de la courbe perspective :

$$[\rho(c - b\omega) + cr][\rho(c - b\omega) - cr] = 0.$$

La courbe complète est formée de deux courbes symétriques par rapport à sy , dont les équations s'obtiennent en égalant chaque facteur à zéro. Une seule de ces équations suffit, pourvu que l'on fasse varier ω de zéro à $\pm \infty$. Cette équation est celle de la courbe nommée *spirale hyperbolique*.