

LUCIEN LÉVY

Sur le même théorème

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 19
(1880), p. 148

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1880_2_19__148_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1880, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SUR LE MÊME THÉORÈME;

EXTRAIT D'UNE LETTRE DE M. LUCIEN LÉVY,

Professeur de Mathématiques spéciales au lycée de Rennes.

Voici, relativement à la méthode si ingénieuse de M. Laguerre pour la séparation des racines, une remarque que vous jugerez peut-être digne d'intérêt.

La limite supérieure indiquée par M. Laguerre pour les racines positives d'une équation est toujours au moins égale à celle que donne la méthode de Newton.

En effet, posons, comme M. Laguerre,

$$\begin{aligned} f(x) &= A_0 x^m + A_1 x^{m-1} + \dots + A_m, \\ &\dots\dots\dots, \\ f_{m-p}(x) &= A_0 x^p + A_1 x^{p-1} + \dots + A_p, \\ &\dots\dots\dots, \\ f_m(x) &= A_0; \end{aligned}$$

on a

$$f'_{m-p}(x) = p A_0 x^{p-1} + \dots + A_{p-1},$$

ce qu'on peut écrire

$$f'_{m-p}(x) = x^{p-1} f_m(x) + x^{p-2} f_{m-1}(x) + \dots + f_{m-p+1}(x).$$

Donc, si $f_m(x)$, $f_{m-1}(x)$, $\dots$, $f_{m-p+1}(x)$ sont positives, $f'_{m-p}(x)$ l'est aussi; de même, $f'_{m-p+1}(x)$, $f'_{m-p+2}(x)$, $\dots$ sont positives. Alors $f''_{m-p}(x)$, qui ne dépend que des fonctions $f_m(x)$, $f_{m-1}(x)$, $\dots$, $f_{m-p+1}(x)$ et de leurs premières dérivées, est positive; de même $f'''_{m-p}(x)$, et ainsi de suite.

Donc, si $f_{m-p}(x)$, $f_{m-p+1}(x)$, $\dots$, $f_m(x)$ sont positives, les fonctions de Newton $f_{m-p}(x)$, $f'_{m-p}(x)$, $f''_{m-p}(x)$, $\dots$ le sont aussi.

C. Q. F. D.