ROBAGLIA

Concours général de 1878. Questions proposées pour les classes de seconde et de troisième

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 18 (1879), p. 420-422

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1879_2_18__420_0>

CONCOURS GÉNÉRAL DE 1878. — QUESTIONS PROPOSÉES POUR LES CLASSES DE SECONDE ET DE TROISIÈME

(voir 2ᵉ série, t. XVIII, p. 233 et 234);

SOLUTIONS DE M. ROBAGLIA.

Seconde.

On donne sur une circonférence deux points A, B *diamétralement opposés; on prend sur cette circonférence un point quelconque* C, *et l'on porte sur la droite* AC, *de part et d'autre du point* C, *des longueurs égales* CD, CD', *telles que le rapport de chacune à la longueur* CB *soit égal à un rapport donné. On fait mouvoir le point* C *sur la circonférence, et l'on demande :*

1° *Les lieux des points* D, D'; 2° *les lieux des points de concours des hauteurs du triangle* ABD *et du point de concours des hauteurs du triangle* ABD'; 3° *le lieu du centre du cercle inscrit au triangle* BDD'; 4° *les lieux des centres des cercles exinscrits au même triangle* BDD' (*).

1° Dans les triangles rectangles égaux BCD, BCD', le rapport des côtés CD et CD' au côté CB étant donné, les angles égaux CDB, CD'B sont connus, et il en est de même des angles ADB, AD'B égaux ou supplémentaires. Donc les lieux des points D, D' sont deux cercles déterminés, égaux, passant par les points A, B, et symétriques par rapport à la droite AB.

2° Si H et H' sont les points de concours des hauteurs

(*) Le lecteur est prié de faire la figure.

des triangles ABD, ABD′; il est facile de voir que les angles AHB, AH′B sont respectivement les suppléments des angles constants ADB, AD′B; donc les lieux des points H, H′ sont ceux des points D′, D.

3° Soit M le centre du cercle inscrit dans le triangle BDD′; les bissectrices DM, D′M des angles BDD′, BD′D rencontreront la perpendiculaire élevée au milieu de AB en des points fixes E, E′, symétriques par rapport à AB (*), et le lieu du point M sera le cercle circonscrit au triangle BEE′.

4° De même, en nommant M′ le centre du cercle exinscrit tangent à DD′ et aux prolongements des côtés BD, BD′, les droites DM′, D′M′ rencontreront la perpendiculaire élevée au milieu de AB en deux points fixes F, F′, symétriques par rapport à AB, et le lieu du point M′ sera la circonférence circonscrite au triangle BFF′.

Enfin, on verra encore sans difficulté que les lieux géométriques des centres des deux autres cercles exinscrits au triangle BDD′ sont les circonférences circonscrites aux triangles BFE′, BEF′.

Note.— Autres solutions de MM. Lez; Moret-Blanc; Leinchugel; Lannes. élève en Mathématiques élémentaires au Lycée de Tarbes.

TROISIÈME.

Étant donnés dans un plan un cercle O, *un point* A *sur la circonférence de ce cercle et une droite quel-*

(*) Cette perpendiculaire contient les centres des deux circonférences, lieux géométriques de D et D′; elle coupe la première de ces circonférences en des points E, F, milieux des arcs AEB, AFB, et la seconde en des points E′, F′ milieux des arcs AE′B, AF′B. La droite DE est la bissectrice de l'angle BDD′, et DF la bissectrice de l'angle adjacent à BDD′. De même, les droites D′E′, D′F′ divisent en parties egales l'angle BD′D et l'angle adjacent à BD′D. Le point M, centre du cercle inscrit dans le triangle BDD′, est commun aux trois droites DE, D′E′, BC.

(*Note du Rédacteur*).

conque D, *trouver sur cette droite un point tel que, en menant de ce point les deux tangentes au cercle* O *et joignant les points de contact au point* A, *les lignes de jonction fassent entre elles un angle donné* V.

En supposant le problème résolu, on reconnaît facilement que l'angle des tangentes est le supplément du double de l'angle donné V, de sorte que le point cherché se trouve à l'intersection de la droite D et de la circonférence de cercle lieu du sommet d'un angle égal à $180° - 2V$, circonscrit au cercle O. Cette circonférence a, comme on sait, pour centre le point O et pour rayon la distance du point O au point d'intersection des tangentes menées au cercle donné par les extrémités des côtés de l'angle V inscrit dans le cercle.

Il y a donc généralement deux solutions; il n'y en aura qu'une si cette circonférence est tangente à la droite D, et le problème n'admettra aucune solution si la circonférence ne rencontre pas la droite.

Note. — Solutions analogues de MM. Moret-Blanc; Lez; Leinchugel.