Nouvelles annales de mathématiques

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 17 (1878), p. 479-480

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1878_2_17__479_1>

QUESTIONS.

1288. Une parabole P, de paramètre constant, se meut dans son plan parallèlement à elle-même, de façon que chacun de ses points décrive une parabole P′ de paramètre donné, dont l'axe soit parallèle à celui de la parabole mobile. Trouver l'enveloppe des polaires d'un point fixe donné, par rapport à la parabole P.

Même question en supposant la parabole P′ remplacée par une droite de direction quelconque. (LAISANT.)

1289. Quel que soit m, l'intégration de l'équation

$$y\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{m+1}{m+2}\frac{dy^2}{dx^2} = (ax^2 + bx + c)^m$$

peut se ramener à des quadratures. (MOREAU.)

1290. Soient r, r_1, r_2, r_3 les rayons des cercles tangents aux côtés d'un triangle; démontrer que

$$\begin{aligned} a + b + c = 3(r^{-1}r_1r_2r_3)^{\frac{1}{2}} &- (rr_1^{-1}r_2r_3)^{\frac{1}{2}} \\ &- (rr_1r_2^{-1}r_3)^{\frac{1}{2}} - (rr_1r_2r_3^{-1})^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

(T. MITCHESON, B. A; L. C. P., *The Educational Times*.)

1291. L'équation $x^4 + x^3 + x^2 + x - 1 = y^2$ est impossible en nombres entiers et *positifs*.

1292. Démontrer qu'il est impossible de résoudre, en nombres entiers, aucune de ces trois équations indéterminées :

$$(1)\qquad x_1^6 + x_2^6 + x_3^6 + x_4^6 + x_5^6 + x_6^6 + x_7^6 = 9x_8 + 8,$$

$$(2)\qquad x^3 + y^6 = 9z + 7,$$

$$(3)\qquad x^3 + y^6 = 7z + 5.$$

(LAISANT.)

1293. Trouver un nombre qui soit égal à la somme des chiffres de son cube. (LAISANT.)

1294. Démontrer que la somme des inverses de n nombres positifs en progression arithmétique excède le quotient de n^2 par la somme des termes de la progression.

Déduire de cette proposition la divergence de la série

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} - \frac{1}{8}\right) + \ldots$$

(LIONNET.)