

EUGÈNE REBOUT

**Formation d'un cube entier qui soit égal
à la somme de quatre cubes entiers**

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 16
(1877), p. 272-273

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1877_2_16__272_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1877, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

**FORMATION D'UN CUBE ENTIER
QUI SOIT ÉGAL A LA SOMME DE QUATRE CUBES ENTIERS;**

PAR M. EUGÈNE REBOUT.

1. On a identiquement

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} (a + b + c)^3 &= a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3a^2c + 3b^2a \\ &\quad + 3b^2c + 3c^2a + 3c^2b + 6abc. \end{aligned} \right.$$

En changeant successivement les signes de a, b, c et ajoutant membre à membre les identités qui en résultent, il vient

$$\begin{aligned} & (b + c - a)^3 + (c + a - b)^3 + (a + b - c)^3 \\ &= a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3a^2c + 3b^2c \\ &\quad + 3b^2a + 3c^2a + 3c^2b - 18abc \\ &= (a + b + c)^3 - 24abc; \end{aligned}$$

d'où

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned} (a + b + c)^3 &= (b + c - a)^3 + (c + a - b)^3 \\ &\quad + (a + b - c)^3 + 24abc. \end{aligned} \right.$$

Et, si l'on donne à a, b, c des valeurs telles que $3abc$ soit un cube, on aura formé un cube $(a + b + c)^3$, égal à la somme de quatre autres cubes.

2. Par exemple, on a, pour $a = 3, b = 4, c = 6$,

$$13^3 = 12^3 + 7^3 + 5^3 + 1^3$$

et, pour $a = 18, b = 20, c = 25$,

$$63^3 = 60^3 + 27^3 + 23^3 + 13^3.$$

Si, dans cette dernière identité, on remplace 13^3 par la

somme des quatre cubes de l'exemple précédent, on aura

$$63^3 = 60^3 + 27^3 + 23^3 + 12^3 + 7^3 + 5^3 + 1^3.$$

3. Peut-être n'est-il pas inutile de faire remarquer que la somme des trois nombres $(b + c - a)$, $(c + a - b)$, $(a + b - c)$ est égale au nombre proposé $(a + b + c)$, et que $24abc$ est égal à trois fois le produit qu'on obtient en multipliant les sommes, deux à deux, de ces trois nombres.