

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 14
(1875), p. 92-94

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1875_2_14__92_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1875, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CORRESPONDANCE.

Extrait d'une lettre de M. Genocchi. — Votre collaborateur, M. Picart, dans le numéro de février de vos *Annales* (t. XIII, p. 81-82), cite M. Maximilien Marie au sujet de la limite à laquelle s'arrête la convergence de la série de Taylor, et qui n'est pas nécessairement la valeur de la variable offrant le plus petit module parmi celles qui rendent la fonction ou sa dérivée infinie.

Dans une Note publiée en 1873, dont j'ai l'honneur de vous adresser un exemplaire, j'ai montré que cette remarque doit être attribuée à mon compatriote M. Félix Chiò, qui l'a faite le premier expressément et avec toute la précision. Je ne me suis pas appuyé sur des documents rares ou inédits, mais sur le recueil des *Comptes rendus* et sur un Rapport rédigé par Cauchy lui-même, qui, après avoir rappelé son célèbre théorème sur la convergence de la série de Maclaurin, s'exprimait de la manière suivante :

« En appliquant ce même théorème, dans mes *Exercices d'Analyse*, à la série de Lagrange et en supposant cette série ordonnée suivant les puissances ascendantes d'un paramètre variable, j'ai dit qu'elle demeure convergente quand le module du paramètre est inférieur au plus petit de ceux qui introduisent des racines égales dans l'équation donnée. Cette proposition est exacte; mais il convient d'ajouter, avec M. Chiò, que la série de Lagrange demeure convergente, quand le module du paramètre est inférieur au plus petit de ceux qui rendent égales deux racines, dont l'une est précisément la somme de la

série. Telle est, en effet, la conséquence qui se déduit naturellement du simple énoncé du théorème général. » (*Comptes rendus*, t. XXXIV, p. 304-305.)

J'ai montré aussi dans la même Note que Cauchy avait, dès 1844, remarqué les exceptions que comporte la règle tirée des *racines égales* de l'équation et proposé de la remplacer par une autre règle relative aux valeurs infinies de la fonction ou de ses dérivées (*Comptes rendus*, t. XIX, p. 157), en ajoutant que cette dernière règle avait été adoptée par Chiò dans son Mémoire de la même année. Le calcul de Cauchy est identique à celui qu'a développé M. Puiseux dans son Rapport sur les Mémoires de M. Marie. Chiò a insisté sur la distinction précédente dans un Mémoire postérieur présenté à la Société Philomathique, et je vous prie, Monsieur, d'en agréer un exemplaire.

Ainsi la priorité de mon compatriote est, je pense, très-clairement établie. Je suis heureux d'ajouter que, dans deux lettres que M. Marie a bien voulu m'adresser, il a loyalement reconnu les droits de Félix Chiò, en regrettant que les sentiments d'admiration et de reconnaissance voués par ce dernier à Cauchy l'aient empêché de faire valoir ses droits exclusifs. « Son silence, dit M. Marie, a eu pour résultat définitif de tellement ensevelir sa découverte, que les disciples de Cauchy, ceux mêmes qui ont dû compulser ses moindres écrits, n'en eurent pas connaissance, puisqu'ils n'en ont pas profité, et qu'ainsi la Science en resta privée pendant une vingtaine d'années. » M. Marie ajoutait : « Je vous remercie de l'envoi du troisième Mémoire de M. Chiò que j'ai lu avec un vif intérêt et qui montre quelle rectitude de jugement M. Chiò apportait dans les difficiles recherches qui l'ont occupé. » Il finissait par ces mots : « Et maintenant je viens me mettre à votre disposition au sujet de ce qu'il

conviendrait de faire dans l'intérêt de la mémoire de M. Chiò. »

Je vous demande donc, Monsieur, de vouloir bien faire une petite rectification à l'article de M. Picart. Ce sera une œuvre juste et pieuse dont nous serons infiniment reconnaissants, la famille de M. Chiò et moi. Je pourrais discuter quelque autre affirmation de M. Picart, mais je me borne à citer les paroles suivantes de M. Darboux : « Les conditions nécessaires et suffisantes pour la convergence de la série de Lagrange sont bien connues : elles ont été indiquées avec toute la netteté possible par Cauchy et par Félix Chiò. Il n'y a donc plus rien de nouveau à établir sur cette question, et ce qui a pu faire illusion, dans ces derniers temps, à quelques géomètres, c'est que, dans son beau Mémoire sur cette série, M. Rouché s'est contenté de donner une condition suffisante pour la convergence, mais nullement nécessaire. » (*Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques*, t. VI, p. 67, 1874.)

Omission. — C'est par erreur que nous avons oublié de mentionner M. Brocard comme ayant résolu la question 900.