

C. CHADU

Théorème de géométrie

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 14
(1875), p. 561-563

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1875_2_14__561_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1875, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

THÉORÈME DE GÉOMÉTRIE;

PAR M. C. CHADU,

Professeur au lycée de Mont-de-Marsan.

Soient $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ quatre points pris sur chacun des côtés d'un quadrilatère gauche ABCD; soient P, P' les points d'intersection de la droite $\alpha\gamma$ avec chacun des plans BC δ , AD β . Démontrer la relation

$$\frac{A\alpha.B\beta.C\gamma.D\delta}{A\delta.B\alpha.C\beta.D\gamma} = \frac{P\alpha}{P\gamma} \cdot \frac{P'\alpha}{P'\gamma}.$$

Plaçons en A un point matériel dont la masse A' soit prise arbitrairement et en B, C, D trois autres points matériels dont les masses B', C', D' soient telles que

α	soit le centre de gravité de A' et B',
β	» » B' et C',
γ	» » C' et D'.

M. Peaucellier ou de M. Hart); le *paradoxe cinématique* de M. Sylvester à soixante-treize tiges obligeant deux points non liés entre eux à rester à une distance invariable et servant à réaliser le mouvement d'un ou de plusieurs points suivant la ligne des centres (combinaison de huit inverseurs de M. Peaucellier et de cinq extracteurs binômes quadratiques); les systèmes de M. Sylvester à vingt-cinq tiges, pour produire un mouvement suivant une parallèle à la ligne des centres (combinaison de deux inverseurs de M. Peaucellier avec deux extracteurs binômes quadratiques), et à quarante-trois tiges pour produire un mouvement suivant une droite formant un angle donné avec la ligne des centres (combinaison de quatre inverseurs de M. Peaucellier, de deux extracteurs binômes quadratiques et d'un élément pantographique); les divers systèmes servant à l'extraction des racines, etc. Il est évident que la théorie de ces systèmes multiples ne présente aucune difficulté dès que l'on connaît les propriétés des systèmes simples qui les constituent.

Ces conditions entraînent les relations

$$(1) \quad \frac{A\alpha}{B\alpha} = \frac{B'}{A'}, \quad \frac{B\beta}{C\beta} = \frac{C'}{B'}, \quad \frac{C\gamma}{D\gamma} = \frac{D'}{C'}.$$

Le centre de gravité du système A', B', C', D' sera sur la droite $\alpha\gamma$; d'ailleurs il est dans le plan βAD ; il devra donc se trouver en P à l'intersection de la droite et du plan.

Par conséquent

$$\frac{P\alpha}{P\gamma} = \frac{D' + C'}{A' + B'}.$$

En tenant compte des relations (1), on aura

$$(2) \quad \frac{P\alpha}{P\gamma} = \frac{A\alpha \cdot B\beta (C\gamma + D\gamma)}{C\beta \cdot D\gamma (A\alpha + B\alpha)}.$$

P' étant le point d'intersection de la droite $\alpha\gamma$ et du plan δBC , on aura de même

$$(3) \quad \frac{P'\alpha}{P'\gamma} = \frac{A\delta \cdot B\alpha (C\gamma + D\gamma)}{D\delta \cdot C\gamma (A\alpha + B\alpha)}.$$

En divisant membre à membre les relations (2) et (3), on obtient l'égalité qui fait l'objet du théorème.

Si l'on suppose que les deux droites $\alpha\gamma, \beta\delta$ soient dans un même plan, les deux points P et P' se confondent :

$$\frac{P\alpha}{P\gamma} : \frac{P'\alpha}{P'\gamma} = 1,$$

et alors

$$\frac{A\alpha \cdot B\beta \cdot C\gamma \cdot D\delta}{A\delta \cdot B\alpha \cdot C\beta \cdot D\gamma} = 1.$$

On trouve donc comme cas particulier le théorème suivant :

Quand un plan rencontre les quatre côtés d'un quadrilatère gauche, il y forme huit segments, tels que le

produit de quatre d'entre eux, qui n'ont pas d'extrémité commune, est égal au produit des quatre autres.

La méthode que nous venons d'employer pour établir le théorème précédent est due à Jean Ceva, géomètre italien (*Aperçu historique*, p. 294).