

DESBOVES

Formules proposées

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 14
(1875), p. 508-509

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1875_2_14__508_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1875, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

FORMULES PROPOSÉES (*)

PAR M. DESBOVES.

Première question. — Si l'on donne à R, r, r', r'', r''' leur signification ordinaire, et que l'on désigne par x, y, z les rayons des trois cercles, qui touchent intérieurement le cercle circonscrit à un triangle et sont inscrits respectivement dans les angles A, B, C de ce triangle, on a les formules suivantes :

$$x = \frac{4Rr}{r'' + r'''}, \quad y = \frac{4Rr}{r' + r'''}, \quad z = \frac{4Rr}{r' + r''},$$

$$4r = 2(x + y + z) - \left(\frac{xy}{z} + \frac{xz}{y} + \frac{yz}{x} \right),$$

$$\frac{1}{2R} + \frac{2}{r} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z},$$

$$\frac{r'}{2Rr} = \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - \frac{1}{x},$$

$$\frac{r''}{2Rr} = \frac{1}{x} + \frac{1}{z} - \frac{1}{y},$$

$$\frac{r'''}{2Rr} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z}.$$

Par les trois premières formules, on calcule x, y, z ,

(*) Extrait de la nouvelle édition des *Questions de Trigonométrie*, qui doit prochainement paraître.

connaissant R, r, r', r'', r''' , et, par les autres, on résout la question inverse.

Seconde question. — Si l'on suppose que les trois cercles de l'énoncé précédent soient remplacés par les trois cercles analogues, tangents extérieurement au cercle circonscrit à un triangle, et que l'on désigne par x_1, y_1, z_1 les rayons des nouveaux cercles, on a

$$x_1 = \frac{4Rr'}{r'' + r'''}, \quad y_1 = \frac{4Rr''}{r' + r'''}, \quad z_1 = \frac{4Rr'''}{r' + r''}, \quad x_1 y_1 z_1 = 16R^2 r,$$

$$3z_1 R^3 - 2R(y_1 z_1 + x_1 z_1 + x_1 y_1) - x_1 y_1 z_1 = 0,$$

$$4x_1 y_1 z_1 r^3 - [(y_1 z_1 + x_1 z_1 + x_1 y_1)r - x_1 y_1 z_1]^2 = 0,$$

et, si l'on pose

$$\frac{r + 4R}{2Rm} = \frac{1}{x_1 + 4R} + \frac{1}{y_1 + 4R} + \frac{1}{z_1 + 4R},$$

on a aussi

$$r' = \frac{m x_1}{x_1 + 4R}, \quad r'' = \frac{m y_1}{y_1 + 4R}, \quad r''' = \frac{m z_1}{z_1 + 4R}.$$

Nota. — Pour résoudre les questions précédentes, on pourra prendre pour point de départ les formules suivantes, faciles à démontrer :

$$x \cos^2 \frac{A}{2} = y \cos^2 \frac{B}{2} = z \cos^2 \frac{C}{2} = r,$$

$$x_1 \cos \frac{A}{2} = r', \quad y_1 \cos^2 \frac{B}{2} = r'', \quad z_1 \cos^2 \frac{C}{2} = r''.$$