

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 14
(1875), p. 431-432

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1875_2_14__431_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1875, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS.

1183. Vérifier que

$$\begin{aligned}\Sigma a^2 \Sigma a'^2 \Sigma a''^2 = & [a \Sigma a' a'' + a' \Sigma a a'']^2 \\ & + [b \Sigma a' a'' + b' \Sigma a a'']^2 \\ & + [c \Sigma a' a'' + c' \Sigma a a'']^2 \\ & + [\Sigma (bc' - cb') a'']^2,\end{aligned}$$

les neuf quantités $a, b, c, a', b', c', a'', b'', c''$ étant assujetties à la seule condition

$$aa' + bb' + cc' = 0 \quad (*).$$

Cette *identité* donne, par exemple, la décomposition suivante

$$(2^2 + 3^2 + 4^2)(4^2 + 4^2 + 5^2)(1^2 + 2^2 + 3^2) = 7 \cdot 4^2 + 7 \cdot 1^2 + 11 \cdot 2^2 + 9^2.$$

(CATALAN).

(*) Pour y satisfaire, il suffit, comme on sait, de prendre

$$a' = a\gamma - c\beta, \quad b' = c\alpha - a\gamma, \quad c' = a\beta - b\alpha.$$

1184. Soit

$$(1) \quad \begin{cases} X = ax + by + cz + dt, \\ Y = a_1x + b_1y + c_1z + d_1t; \end{cases}$$

si $a, b, c, d, a_1, b_1, c_1, d_1$ sont des fonctions données d'un paramètre arbitraire, la droite mobile

$$X = 0, \quad Y = 0$$

engendrera une surface réglée; l'équation de la surface du second ordre passant par trois droites infiniment voisines de la surface engendrée sera

$$(2) \quad \begin{vmatrix} a & b & c & d & 0 & 0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & 0 & 0 \\ a' & b' & c' & d' & X & 0 \\ a'_1 & b'_1 & c'_1 & d'_1 & Y & 0 \\ a'' & b'' & c'' & d'' & 2X' & X \\ a''_1 & b''_1 & c''_1 & d''_1 & 2Y' & Y \end{vmatrix} = 0,$$

$a', b', \dots, a'_1, b'_1, \dots, a'', b'', \dots, a''_1, b''_1, \dots$ sont les dérivées premières et secondes des fonctions $a, b, \dots, a_1, b_1, \dots$, par rapport au paramètre dont elles dépendent; X, Y sont définis par les égalités (1), et l'on a posé

$$(3) \quad \begin{cases} X' = a'x + b'y + c'z + d't, \\ Y' = a'_1x + b'_1y + c'_1z + d'_1t. \end{cases}$$

(L. PAINVIN.)

1185. Une surface du second degré est circonscrite à un tétraèdre. Par un point m de la surface, on mène à l'une des arêtes une parallèle rencontrant aux points a et b deux des faces du tétraèdre. Si l'on désigne par D la longueur du diamètre de la surface parallèle à cette arête, la somme $\sum \frac{ma \cdot mb}{D^2}$ étendue aux six arêtes est nulle.

(H. FAURE.)