

H. LAURENT

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 14
(1875), p. 354-355

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1875_2_14__354_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1875, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS

PAR M. H. LAURENT,

Répétiteur d'Analyse à l'École Polytechnique.

Si l'on forme la somme des produits des m premiers nombres naturels un à un, deux à deux, etc., ces sommes seront les coefficients de $x(x+1)\dots(x+m-1)$ développé suivant les puissances de x .

En posant alors

$$\begin{aligned} x(x+1)(x+2)\dots(x+m-1) \\ = x^m + f(m, 1)x^{m-1} + f(m, 2)x^{m-2} + \dots, \end{aligned}$$

1° $f(m, 1), f(m, 2), \dots$ seront des polynômes entiers en m , de degrés 2, 4, 6, ...;

2° On aura, quel que soit m , entier ou fractionnaire, positif ou négatif,

$$\left(\frac{e^x - 1}{x}\right)^{-m} = 1 - \frac{f(m, 1)}{m-1}x + \frac{f(m, 2)}{(m-1)(m-2)}x^2 + \dots,$$

pour $x < 2\pi$ en valeur absolue;

3° On déduira de là le développement de $l \frac{e^x - 1}{x}$ suivant les puissances de x ;

4° On aura

$$\left[\frac{l(1-x)}{-x}\right]^m = 1 + \frac{f(m+1, 1)}{m+1}x + \frac{f(m+2, 2)}{(m+1)(m+2)}x^2 + \dots,$$

pour $x < \frac{1}{2}$ en valeur absolue;

5° On déduira de là le développement de $l[l(1+x)] - lx$ suivant les puissances de x ;

6° On aura

$$\begin{aligned} \frac{1}{z^m} &= \frac{1}{z(z+1)\dots(z+m-1)} + \frac{f(m, 1)}{z(z+1)\dots(z+m)} + \dots \\ &+ \frac{f(m+k, k+1)}{z(z+1)\dots(z+k+m)} + \dots, \end{aligned}$$

pourvu que z soit plus grand que l'unité, ou mieux que la partie réelle de z , supposé imaginaire, soit plus grande que l'unité.

Wronski avait déjà remarqué que $\frac{\Delta^m 0^{m+k}}{1.2.3\dots m}$ était égal à $f(-m, k)$.