

A. ALLARETTI

Question d'examen

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 14
(1875), p. 227-229

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1875_2_14__227_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1875, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTION D'EXAMEN

(voir 2^e série, t. XIII, p. 576);

PAR M. A. ALLARETTI,

Étudiant en Mathématiques à Florence.

En désignant par m une quantité positive, la substitution de $z = x^m$ dans l'intégrale $\int_0^1 \frac{dz}{\log z}$ donne le résultat

$$\int_0^1 \frac{dz}{\log z} = \int_0^1 \frac{x^{m-1}}{\log x} dx;$$

on a de même, par le changement de m en n ,

$$\int_0^1 \frac{dz}{\log z} = \int_0^1 \frac{x^{n-1}}{\log x} dx;$$

en sorte que l'on serait conduit à conclure que la valeur de l'intégrale $\int_0^1 \left(\frac{x^{m-1} - x^{n-1}}{\log x} \right)$ est nulle.

Or cette conclusion est inadmissible, car on sait, à n'en pas douter, que l'on a

$$\int_0^1 \left(\frac{x^{m-1} - x^{n-1}}{\log x} \right) dx = \log \frac{m}{n}.$$

En quoi consiste le paralogisme ? (S. REALIS.)

Il est facile, ce me semble, de répondre à cette question.

Dans les équations

$$\int_0^1 \frac{dz}{\log z} = \int_0^1 \frac{x^{m-1}}{\log x} dx,$$

$$\int_0^1 \frac{dz}{\log z} = \int_0^1 \frac{x^{n-1}}{\log x} dx,$$

les deux premiers membres ne peuvent être supposés égaux, z n'étant pas une variable *indépendante*, mais une fonction de x , qui est x^m dans la première équation, et une fonction différente de x ($z = x^n$) dans la seconde, en admettant l'inégalité des exposants m et n .

Sans cette considération relative à la variable indépendante, on pourrait arriver à une foule de conclusions du genre de celle qui est rapportée par M. Realis.

Si, par exemple, dans l'intégrale $\int_0^1 dz$, on pose $z = ax$, il vient

$$\int_0^1 dz = a \int_0^1 dx = ax.$$

On a de même, pour $z = bx$, • • •

$$\int_0^1 dz = b \int_0^1 dx = bx.$$

On en conclurait

$$(b - a) \int_0^1 dx = 0, \text{ d'où } b - a = 0,$$

c'est-à-dire que deux nombres quelconques b et a seraient toujours égaux entre eux.

Note. — MM. de Virieu et Moret-Blanc trouvent que le paralogisme dont il s'agit consiste à admettre, sans restriction, l'égalité $\infty = \infty$.