

LOUIS SALTEL

**Application de la généralisation du
principe de correspondance à la
théorie de l'élimination**

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 12
(1873), p. 565-570

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1873_2_12__565_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1873, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

APPLICATION DE LA GÉNÉRALISATION DU PRINCIPE
DE CORRESPONDANCE A LA THÉORIE DE L'ÉLIMINATION;

PAR M. LOUIS SALTEL.

Principe fondamental. — Lorsqu'on a sur une droite k séries de points $S_1, S_2, S_3, \dots, S_k$ tels que, prenant arbitrairement : 1° un point A_1 de la première série, 2° un point A_2 de la seconde série, 3° un point A_3 de la troisième série, ..., au point A_{k-1} de la $(k-1)^{\text{ième}}$ série, correspondent α_k points de la $k^{\text{ième}}$ série, et, de même, à $k-1$ points de $(k-1)$ quelconques de ces séries correspondent α_i points pour la série restante S_i , il existe $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_k$ points qui, considérés comme appartenant à $(k-1)$ quelconques des k séries, coïncident chacun avec un point correspondant pris dans la série restante.

Nota. — Si l'on ne considère que deux séries de points, on retrouve le principe de correspondance de M. Chasles.

De ce principe fondamental résultent immédiatement les théorèmes suivants :

THÉOREME I. — *Le degré de l'équation du lieu géométrique obtenu en éliminant le paramètre r entre les équations*

$$(1) \quad f_a^\alpha(x, y, r) = 0, \quad f_a^\alpha(x, y, z, r) = 0,$$

$$(2) \quad f_b^\beta(x, y, r) = 0, \quad f_b^\beta(x, y, z, r) = 0,$$

de degré a, b par rapport aux variables $(x, y), (x, y, z)$, et dont les coefficients sont des fonctions de degré α, β par rapport au paramètre r , est, en général, d'un ordre marqué par

$$a\beta + b\alpha.$$

THÉOREME II. — *Le degré de l'équation du lieu géométrique obtenu en éliminant les paramètres r, s entre les équations*

$$(1) \quad f_a^\alpha(x, y, r, s) = 0, \quad f_a^\alpha(x, y, z, r, s) = 0,$$

$$(2) \quad f_b^\beta(x, y, r, s) = 0, \quad f_b^\beta(x, y, z, r, s) = 0,$$

$$(3) \quad f_c^\gamma(x, y, r, s) = 0, \quad f_c^\gamma(x, y, z, r, s) = 0,$$

de degré a, b, c par rapport aux variables x, y, z , et dont les coefficients sont des fonctions de degré α, β, γ par rapport aux paramètres r, s , est, en général, d'un ordre marqué par

$$a\beta\gamma + b\gamma\alpha + c\alpha\beta.$$

THÉOREME III. — *Le degré de l'équation du lieu géométrique obtenu en éliminant les paramètres r, s, t entre les équations*

$$(1) \quad f_a^\alpha(x, y, r, s, t) = 0, \quad f_a^\alpha(x, y, z, r, s, t) = 0,$$

$$(2) \quad f_b^\beta(x, y, r, s, t) = 0, \quad f_b^\beta(x, y, z, r, s, t) = 0,$$

$$(3) \quad f_c^\gamma(x, y, r, s, t) = 0, \quad f_c^\gamma(x, y, z, r, s, t) = 0,$$

$$(4) \quad f_d^\delta(x, y, r, s, t) = 0, \quad f_d^\delta(x, y, z, r, s, t) = 0,$$

de degré a, b, c, d par rapport aux variables x, y, z ,

et dont les coefficients sont des fonctions de degré $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ par rapport aux paramètres r, s, t , est, en général, d'un ordre marqué par

$$a\beta\gamma\delta + b\alpha\gamma\delta + c\alpha\beta\delta + d\alpha\beta\gamma.$$

Nota. — La loi générale est évidente.

THÉORÈME IV. — *Le degré de l'équation du lieu géométrique obtenu en éliminant les paramètres r, s entre les équations*

$$(1) \quad f_a^\alpha(x, y, r, s) = 0, \quad f_a^\alpha(x, y, z, r, s) = 0,$$

$$(2) \quad f_b^\beta(x, y, r, s) = 0, \quad f_b^\beta(x, y, z, r, s) = 0,$$

$$(3) \quad f^\gamma(r, s) = 0, \quad f^\gamma(r, s) = 0,$$

de degré a, b par rapport aux variables x, y, z , et dont les coefficients sont des fonctions de degré α, β, γ par rapport aux paramètres r, s , est, en général, d'un ordre marqué par

$$\gamma(a\beta + b\alpha).$$

THÉORÈME V. — *Le degré de l'équation du lieu géométrique obtenu en éliminant les paramètres r, s, t entre les équations*

$$(1) \quad f_a^\alpha(x, y, r, s, t) = 0, \quad f_a^\alpha(x, y, z, r, s, t) = 0,$$

$$(2) \quad f_b^\beta(x, y, r, s, t) = 0, \quad f_b^\beta(x, y, z, r, s, t) = 0,$$

$$(3) \quad f^\gamma(r, s, t) = 0, \quad f^\gamma(r, s, t) = 0,$$

$$(4) \quad f^\delta(r, s, t) = 0, \quad f^\delta(r, s, t) = 0,$$

de degré a, b par rapport aux variables x, y, z , et dont les coefficients sont des fonctions de degré $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ par rapport aux paramètres r, s, t , est, en général, d'un ordre marqué par

$$\gamma\delta(a\beta + b\alpha).$$

THÉORÈME VI. — *Le degré de l'équation du lieu géo-*

métrique obtenu en éliminant les paramètres r, s, t, u entre les équations

- (1) $f_a^\alpha(x, y, r, s, t, u) = 0, \quad f_a^\alpha(x, y, z, r, s, t, u) = 0,$
- (2) $f_b^\beta(x, y, r, s, t, u) = 0, \quad f_b^\beta(x, y, z, r, s, t, u) = 0,$
- (3) $f^\gamma(r, s, t, u) = 0, \quad f^\gamma(r, s, t, u) = 0,$
- (4) $f^\delta(r, s, t, u) = 0, \quad f^\delta(r, s, t, u) = 0,$
- (5) $f^\lambda(r, s, t, u) = 0, \quad f^\lambda(r, s, t, u) = 0, \quad *$

de degré a, b par rapport aux variables x, y, z , et dont les coefficients sont des fonctions de degré $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda$ par rapport aux paramètres r, s, t, u , est, en général, d'un ordre marqué par

$$\gamma\delta\lambda(a\beta + b\alpha).$$

Nota. — La loi générale est évidente.

THÉORÈME VII. — *Le degré de l'équation du lieu géométrique obtenu en éliminant les paramètres r, s, t entre les équations*

- (1) $f_a^\alpha(x, y, r, s, t) = 0, \quad f_a^\alpha(x, y, z, r, s, t) = 0,$
- (2) $f_b^\beta(x, y, r, s, t) = 0, \quad f_b^\beta(x, y, z, r, s, t) = 0,$
- (3) $f_c^\gamma(x, y, r, s, t) = 0, \quad f_c^\gamma(x, y, z, r, s, t) = 0,$
- (4) $f^\delta(r, s, t) = 0, \quad f^\delta(r, s, t) = 0,$

de degré a, b, c par rapport aux variables x, y, z , et dont les coefficients sont des fonctions de degré $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ par rapport aux paramètres r, s, t , est, en général, d'un ordre marqué par

$$\delta(a\beta\gamma + b\gamma\alpha + c\alpha\beta).$$

THÉORÈME VIII. — *Le degré de l'équation du lieu géométrique obtenu en éliminant les paramètres r, s, t, u*

entre les équations

- (1) $f_a^a(x, y, r, s, t, u) = 0$, $f_a^a(x, y, z, r, s, t, u) = 0$,
 (2) $f_b^b(x, y, r, s, t, u) = 0$, $f_b^b(x, y, z, r, s, t, u) = 0$,
 (3) $f_c^c(x, y, r, s, t, u) = 0$, $f_c^c(x, y, z, r, s, t, u) = 0$,
 (4) $f^{\delta}(r, s, t, u) = 0$, $f^{\delta}(r, s, t, u) = 0$,
 (5) $f^{\lambda}(r, s, t, u) = 0$, $f^{\lambda}(r, s, t, u) = 0$,

de degré a, b, c par rapport aux variables x, y, z , et dont les coefficients sont des fonctions de degré $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda$ par rapport aux paramètres r, s, t, u , est, en général, d'un ordre marqué par

$$\delta\lambda(a\beta\gamma + b\gamma\alpha + c\alpha\beta).$$

THÉORÈME IX. — *Le degré de l'équation du lieu géométrique obtenu en éliminant les paramètres r, s, t, u, v entre les équations*

- (1) $f_a^a(x, y, r, s, t, u, v) = 0$, $f_a^a(x, y, z, r, s, t, u, v) = 0$,
 (2) $f_b^b(x, y, r, s, t, u, v) = 0$, $f_b^b(x, y, z, r, s, t, u, v) = 0$,
 (3) $f_c^c(x, y, r, s, t, u, v) = 0$, $f_c^c(x, y, z, r, s, t, u, v) = 0$,
 (4) $f^{\delta}(r, s, t, u, v) = 0$, $f^{\delta}(r, s, t, u, v) = 0$,
 (5) $f^{\lambda}(r, s, t, u, v) = 0$, $f^{\lambda}(r, s, t, u, v) = 0$,
 (6) $f^{\mu}(r, s, t, u, v) = 0$, $f^{\mu}(r, s, t, u, v) = 0$,

de degré a, b, c par rapport aux variables x, y, z , et dont les coefficients sont des fonctions de degré $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda, \mu$ par rapport aux paramètres r, s, t, u, v , est, en général, d'un ordre marqué par

$$\delta\lambda\mu(a\beta\gamma + b\gamma\alpha + c\alpha\beta).$$

Nota. — La loi générale est évidente.

THÉORÈME X. — *Le principe fondamental permet de trouver immédiatement le degré de l'équation du lieu*

géométrique obtenu en éliminant n paramètres entre $n + 1$ équations de degrés donnés par rapport aux variables x, y, z (quelques-unes d'entre elles pouvant d'ailleurs être de degré zéro par rapport à ces variables x, y, z), et dont les coefficients sont des fonctions de degrés également donnés par rapport aux n paramètres.